Gabarito da Lista 6

**Exercício 1.**

(a) Resolvendo por indução retroativa, ao analisarmos o subjogo do segundo estágio (onde os custos marginais já estão definidos), teremos:

$$\underset{q_i}{max} \quad q_i \left( a - \sum_{j \neq i} q_j - q_i - c_i \right)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{1}{2} \left( a - \sum_{j \neq i} q_j - c_i \right) = q_i$$

Somando em $i$, temos:

$$\sum_{i=1}^{n} = Q = \frac{1}{2} \left( na - (n-1)Q - \sum_{i=1}^{n} c_i \right)$$

$$\Rightarrow \quad 2Q + (n-1)Q = na - \sum_{i=1}^{n} c_i$$
$$Q = \frac{na - \sum_{i=1}^{n} c_i}{n+1}$$

Voltando na CPO da firma $i$:

$$2q_i = a - c_i - (Q - q_i)$$
$$= a = c_i + q_i - \frac{na}{n+1} + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{n+1}$$

$$\Rightarrow \quad q_i = \frac{a}{n+1} - c_i + \sum_{j=1}^{n} \frac{c_j}{n+1}$$

Assim, sem contar o investimento, o lucro da firma será:

$$
\begin{aligned}
\pi_i &= \left(a - \frac{na - \sum_{j=1}^{n} c_j}{n+1} - c_i\right)\left(\frac{a}{n+1} - c_i - \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j}{n+1}\right) \\
&= \left(\frac{a}{n+1} - c_i + \frac{\sum_{j=1}^{n} c_j}{n+1}\right)^2 \\
&= \left(\frac{a}{n+1} - C + x_i + \frac{\sum_{j=1}^{n} C}{n+1} - \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n+1}\right)^2 \\
&= \left(\frac{a}{n+1} - \frac{C}{n+1} + x_i - \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n+1}\right)^2
\end{aligned}
$$

Dessa forma, o problema do primeiro período será:

$$
\underset{x_i}{max} \quad \left(\frac{a}{n+1} - \frac{C}{n+1} + x_i - \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n+1}\right)^2 - \frac{gx_i^2}{2}
$$

$$
\Rightarrow \quad 2\left(\frac{a-C}{n+1} + x_i - \frac{\sum_{j=1}^{n} x_j}{n+1}\right)\left(1 - \frac{1}{n+1}\right) = gx_i
$$

Pela simetria do problema, temos que $x_1 = x_2 = ... = x_n$, portanto:

$$
\begin{aligned}
2\frac{n}{n+1}\left(\frac{a-C}{n+1} + x - \frac{nx}{n+1}\right) &= gx \\
2\frac{n}{n+1}\left(\frac{a-C}{n+1} + \frac{x}{n+1}\right) &= gx \\
2\frac{n}{(n+1)^2}(a-C) &= gx - x\frac{2n}{(n+1)^2}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \quad x &= \frac{2n(a-c)/(n+1)^2}{g - 2n/(n+1^2)} \\
&= \frac{2n(a-c)}{g(n+1)^2 - 2n}
\end{aligned}
$$

(b) Defina $X = nx = \frac{2n^2(a-c)}{g(n+1)^2-2n}$. Vamos descobrir o efeito da mudança em $n$:

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial X}{\partial n} &= \frac{4n(a-C)\left(g(n+1)^2-2n\right)-2n^2(a-C)\left[2g(n+1)-2\right]}{\left[g(n+1)^2-2n\right]^2} \\
&= \frac{2n(a-c)}{\left[g(n+1)^2-2n\right]^2}\big(2(g(n+1)^2-2n)-n\left[2g(n+1)-2\right]\big) \\
&= \frac{2n(a-c)}{\left[g(n+1)^2-2n\right]^2}\big(2g(n+1)^2-2gn(n+1)-4n+2n\big) \\
&= \frac{2n(a-c)}{\left[g(n+1)^2-2n\right]^2}\left(2g(n+1)-2n\right) \\
&= \frac{4n(a-c)}{\left[g(n+1)^2-2n\right]^2}\left(g+n(g-1)\right)
\end{aligned}
$$

Agora note que $g \geq 1$ por hipótese, e além disso temos que $a > C$ (do contrário a produção seria inviável). Portanto temos que $\frac{\partial X}{\partial n} \geq 0$, ou seja, o investimento agregado em P&D cresce com o tamanho da indústria.

**Exercício 2.**

(a) Considere o subjogo onde a firma 1 detém o monopólio no mercado. Essa firma resolveria o seguinte problema:

$$
\underset{p_1}{max} \quad (p_1 - c_1)(a - p_1)
$$

$$
\begin{aligned}
\Rightarrow \quad a - 2p_1 + c_1 &= 0 \\
p_1 &= \frac{a + c_1}{2}
\end{aligned}
$$

Para que a firma 2 não produza nada, deve valer a condição:

$$
c_2 > \frac{a + c_1}{2}
$$

Podemos reescrevê-la:

$$
\begin{aligned}
& C - x_2 - \alpha x_1 > \frac{a+C}{2} - \frac{x_1 - \alpha x_2}{2} \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{C}{2} + x_1\left(\frac{1}{2}\alpha\right) > \frac{a}{2} + x_2\left(1 - \frac{\alpha}{2}\right)
\end{aligned}
$$

Note que, em equilíbrio, a firma 2 não pode ter realizado investimento no 1o. período, pois já que ela não vende nada, é irracional ter feito investimento diferente de $x_2 = 0$. Assim, deve valer:

$$x_1 > \frac{\frac{a-C}{2} + x_2(1-\frac{\alpha}{2})}{\frac{1}{2}-\alpha} = \frac{a-C}{1-2\alpha}$$

Esta é uma condição necessária para um equilíbrio ter inovação drástica, mas não é suficiente.

(b) No caso de uma inovação não drástica, a firma 1 não consegue cobrar seu preço de monopólio. Ela tem que cobrar um preço ligeiramente inferior a $c_2$, como por exemplo $p_1 = C - \alpha x_1 - \epsilon$, para $\epsilon$ pequeno. Seu lucro será dado por:

$$\begin{aligned}
&\Bigg[\underbrace{(c-\alpha x_1)}_{p_1} - \underbrace{(c-x_1)}_{\text{custos variáveis}}\Bigg]\underbrace{[a-(c-\alpha x_1)]}_{\text{quantidade}} - x_1^2 \\
&= x_1(1-\alpha)(a-C+\alpha x_1) - x_1^2
\end{aligned}$$

Otimizando com respeito a $x_1$:

$$\begin{aligned}
(1-\alpha)(a-C+\alpha x_1) + x_1(1-\alpha)\alpha - 2x_1 = 0 \\
x_1 = \frac{(1-\alpha)(a-C)}{2-2\alpha(1-\alpha)}
\end{aligned}$$

Assim:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial x_1}{\partial \alpha} &= \left(\frac{1}{2-2\alpha(1-\alpha)}\right)^2 (-(a-C)(2-2\alpha(1-\alpha)) + (1-\alpha)(a-C)2(1-2\alpha)) \\
&= \left(\frac{1}{2-2\alpha(1-\alpha)}\right)^2 (a-C)\left[-2+2\alpha-2\alpha^2+2-4\alpha+4\alpha^2\right] \\
&= \underbrace{\left(\frac{1}{2-2\alpha(1-\alpha)}\right)^2}_{>0} (a-C)2\alpha(\alpha-2)
\end{aligned}$$

Note que $\alpha \leq 1/4$, logo $\frac{\partial x_1}{\partial \alpha} \leq 0$, ou seja, o nível de investimento em P&D cai com $\alpha$. Quando $\alpha = 0$ (ausência de spillover), note que $\frac{\partial x_1}{\partial \alpha} = 0$, logo o investimento é máximo.

(c) Vamos comparar os casos onde há investimentos independentes em P&D e onde há cooperação neste investimento. Em ambos os casos, no 2o. estágio com as firmas escolhendo quantidades, não há cooperação. O problema da firma $i$, dados $x_i$ e $x_j$, pode ser escrito:

$$\underset{q_i}{max} \quad (a - q_i - q_j - c_i)\, q_i$$

$$\Rightarrow \quad q_i = \frac{a - c_i - q_j}{2}$$

Analogamente, temos $q_j = \frac{a-c_j-q_i}{2}$. Substituindo na resposta da firma $i$:

$$\begin{aligned}
q_i &= \frac{a - c_i}{2} - \frac{a - c_j}{4} + \frac{q_i}{4} \\
\frac{3q_i}{4} &= \frac{a - 2c_i + c_j}{4} \\
q_i &= \frac{a - 2C + 2x_i + 2\alpha x_j + C - x)j - \alpha x_i}{3} \\
&= \frac{a - C + x_i(2-\alpha) + x_j(2\alpha - 1)}{3}
\end{aligned}$$

A estratégia de equilíbrio é análoga para $q_j$. Assim, o preço será:

$$\begin{aligned}
P(x_i, x_j) &= a - q_i - q_j = [3a - 2a + 2c - (x_i(2 - \alpha + 2\alpha - 1)) + x_j\,(2 - \alpha + 2\alpha - 1)]\,/3 \\
&= \frac{1}{3}\,(a + 2C - (x_i + x_j)(1+\alpha))
\end{aligned}$$

e o lucro no 1o. estágio é dado por:

$$\begin{aligned}
\pi(x_i, x_j) &= \frac{1}{3}\,((a + 2C - (x_i + x_j)(1+\alpha)) - C + x_i + \alpha x_j) \\
&\quad \times (a - C + x_i(2-\alpha) + x_j(2\alpha - 1))\,\frac{1}{3} - x_i^2 \\
&= \left[\frac{1}{3}\,(a - C + x_i(2-\alpha) + x_j(2\alpha - 1))\right]^2 - x_i^2
\end{aligned}$$

(i) No caso em que as firmas escolhem competitivamente $x_i$ e $x_j$:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} &= 0 \\
\Rightarrow \quad 2\left[\frac{1}{3}\,(a - C + x_i(2-\alpha) + x_j(2\alpha - 1))\right]\frac{1}{3}(2-\alpha) - 2x_i &= 0
\end{aligned}$$

Usando a simetria $x_i = x_j = x$, temos:

$$
\begin{aligned}
9x &= (2-\alpha)\left(a - C + x(2-\alpha+2\alpha-1)\right) \\
x\left[9-(1+\alpha)(2-\alpha)\right] &= (2-\alpha)(a-C) \\
x &= \frac{(2-\alpha)(a-C)}{9-(1+\alpha)(2-\alpha)}
\end{aligned}
$$

(ii) Agora, caso as firmas escolham $x_i$ e $x_j$ conjuntamente:

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \pi_i}{\partial x_i} + \frac{\partial \pi_j}{\partial x_j} = 0 \\
\Rightarrow \quad & 2\left[\frac{1}{3}\left(a - C + x_i(2-\alpha) + x_j(2\alpha-1)\right)\right]\frac{1}{3}(2-\alpha) - 2x_i \\
& + 2\left[\frac{1}{3}\left(a - C + x_j(2-\alpha) + x_i(2\alpha-1)\right)\right]\frac{1}{3}(2-\alpha) - 2x_j = 0
\end{aligned}
$$

Novamente fazendo $x_i = x_j = x$:

$$
\begin{aligned}
9x &= \left[a - C + x(2-\alpha+2\alpha-1)\right](2-\alpha+2\alpha-1) \\
9x &= \left[a - C + x(1+\alpha)\right](1+\alpha) \\
9x &= (a-C)(1+\alpha) + x(1+\alpha)^2 \\
x &= \frac{(a-C)(1+\alpha)}{9-(1+\alpha)^2}
\end{aligned}
$$

Agora vamos comparar os equilíbrios de cooperação ($x^{nc}$) com não-cooperação ($x^c$). Primeiro note que $\alpha \in [0, 1/4]$ implica em $(1+\alpha) < (2-\alpha)$. Portanto:

$$
\begin{aligned}
x^{nc} &= \frac{(2-\alpha)(a-C)}{9-(1+\alpha)(2-\alpha)} \\
&\geq \frac{(a-C)(1+\alpha)}{9-(1+\alpha)(1+\alpha)} = x^c
\end{aligned}
$$

A interpretação é simples: como há spillovers, o investimento coordenado em P&D gera um problema de carona que leva ao subinvestimento em comparação com o caso em que a decisão é tomada de forma independente.

**Exercício 3.** Muitas características podem afetar a sustentabilidade de um conluio. Primeiro, existem algumas variáveis estruturais, como número de competidores barreiras à entrada, o quanto as firmas interagem e a transparência no mercado. Segundo, existem características sobre o lado da demanda, qual seja, se o mercado está crescendo, estagnado ou declinando. Existem flutuações de demanda ou ciclos de negócios? Terceiro, são as características do lado da oferta: o mercado é caracterizado por inovações tecnológicas frequentes ou é uma indústria madura com tecnologia estável? As firmas estão numa situação simétrica, com custos e capacidades de produção similiares, ou há heterogeneidade entre elas? Os produtos são homogêneos ou há diferenciação?

Essas questões precisam ser analisadas para averiguarmos a estabilidade de uma coalizão. Vejamos em que caso um cartel é forte:

- *Número de competidores.* A coordenação será mais fácil quanto menor o número de partes envolvidas no processo. Quando há muitas firmas, pelo contrário, identificar um ponto focal em termos de preços e parcelas de mercado se torna cada vez menos óbvio, especialmente se as firmas são assimétricas.

- *Parcelas de mercado.* Quanto mais simétrica for a distribuição do mercado entre as firmas, mais forte é a coalizão. Quando as parcelas (market shares) são assimétricas em uma dada indústria, pode-se suspeitar que as firmas têm custos diferentes ou provêem serviços e bens diferenciados. Essas assimetrias leval a um enfraquecimento da colusão e à intensificação da concentração de mercado.

- *Barreiras à entrada.* A capacidade das firmas em permanecer na coalizão é maior quanto menor a probabilidade de novos entrantes na indústria. As firmas não estarão tão dispostas a desviar dos preços combinados em um cartel se houver barreiras significativas à entrada. Mas se a ameaça de novos entrantes crescer, devido ao mark-up prevalescente no mercado, as firmas tenderão a sair do acordo, pois os ganhos futuros no cartel diminuem (ou, alternativamente, o custo de oportunidade do não-desvio aumenta).

- *Interação frequente.* Há mais escopo para cartel se as firmas competem repetidamente. Da mesma forma, as firmas estarão mais dispostas a sustentar um cartel quando elas interagem com mais frequência. A razão para isso vem do fato de que as mesmas firmas podem reagir rapidamente a desvios, acelerando a retaliação e, portanto, desestimulando o desvio.

- *Transparência no mercado.* Ajustamentos de preço mais frequentes permitem às firmas uma retaliação rápida quando um participante do cartel reduz seu preço em relação ao acordado. Mas esse desvio precisa ser observado por todos os participantes. Como resultado, um cartel é mais fácil de se sustentar quando preços individuais são prontamente observáveis nos dados de mercado.

- *Crescimento da demanda.* Para um número fixo de participantes, um cartel é mais forte em mercados crescentes, em que os lucros de hoje são pequenos comparados com os de amanhã.

- *Ausência de flutuações de demanda e ciclos de negócios.* Um cartel é mais estável em mercados onde não há flutuações significativas. A ideia, formalizada por Rotenberg & Saloner (1986) e Haltiwanger & Harrington (1991), diz que, quando o mercado está no pico, os ganhos de curto prazo do desvio podem ser muito altos perto do pequeno custo de retaliação (os picos futuros são descontados). Logo a coalizão é mais difícil de sustentar nesses períodos.

- *Mercados sem inovação.* A inovação torna um cartel mais difícil de sustentar. O motivo para isso é que inovações, especialmente as drásticas, podem fazer um competidor ter grandes vantagens sobre seus rivais, reduzindo o valor da coalizão para esse participante.

- *Custos simétricos.* Caso os custos difiram pouco dentro da indústria, há mais escopo para cartelização, pois custos assimétricos vão refletir em parcelas de mercado assimétricas, o que tira a força do cartel.

- *Ausência de restrições de capacidade.* Restrições de capacidade afetam a sustentabilidade do cartel de duas formas. Primeiro, uma firma com restrições de capacidade tem menos a ganhar se sair do acordo de preços e cobrar um preço menor. Segundo, firmas com restrição de capacidade têm menor poder de retaliação. Assim, se não existir esse tipo de restrição, o cartel é mais forte.

- *Bens homogêneos.* Quando há uma firma com um bem de maior qualidade, ela terá uma margem maior sobre as vendas e portanto um maior ganho em participar do cartel, caso ele seja sustentável. Assim, para aumentar o incentivo dessa firma em permanecer no acordo, os outros participantes dão uma parcela de mercado maior para ela. Se não existe essa assimetria de qualidade, a coalizão é mais fácil de sustentar.

- *Multi-mercados.* Sabe-se que um cartel pode se sustentar mais facilmente quando as firmas estão presentes em múltiplos mercados. Primeiro, a frequência de interação é maior quando as firmas competem em diversos mercados. Segundo, isso pode atenuar as assimetrias existentes entre as firmas, pois enqunto uma firma pode ter vantagem competitiva em um mercado, outra firma detém essa vantagem no outro mercado. Dessa forma, pode haver uma simetria global, resultando na força do cartel.

Por fim, há outras características que também podem resultar em um cartel forte, como a elasticidade da demanda, o poder de compra de insumos de cada firma, etc.

**Exercício 4.** O combate a cartéis na prática requer provas documentais, e não apenas a observação de dados de mercado (embora estes possam servir de gatilho para uma investigação detalhada do órgão de defesa da concorrência). Dessa forma, por mais que haja indícios econômicos de formação de cartel em determinado contexto, não se pode chegar a uma condenação somente com base na constatação de preços muito altos ou paralelismo de preços. O raciocínio econômico é útil na identificação do cartel, mas isso não tira a essencialidade das provas documentais.

**Exercício 5.** Replicando abaixo a matriz de payoffs do jogo:

| | | Firma 2 | |
|---|---|---|---|
| | | Colusão | Desvio |
| Firma 1 | Colusão | (6,6) | (0,9) |
| | Desvio | (9,0) | (1,1) |

Seja $\delta$ o fator de desconto. Para que não haja incentivo ao desvio, é preciso que a seguinte condição seja satisfeita:

$$
\begin{aligned}
& \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t 6 \geq 9 + \sum_{t=0}^{\infty} \delta^t 1 \\
\Leftrightarrow \quad & \frac{6}{1-\delta} \geq 0 + \delta \frac{1}{1-\delta} \\
& 6 \geq 9(1-\delta) + \delta \\
& 8\delta \geq 3 \\
& \delta \geq \frac{3}{8}
\end{aligned}
$$

Portanto, $\frac{3}{8}$ é a taxa de desconto mínima para que o cartel seja sustentável, isto é, para que o payoff de permanecer no cartel supere o payoff de ativar a retaliação dos demais participantes no período seguinte (desvio).