Gabarito da Lista 2

Exercício 1. Regulação ótima sem transferências:

- Não permite transferências
- Projeto de tamanho variável, com valor social $S(q)$
- Instrumentos do regulador: (q, c) ou (q, e)

Descrição do modelo:

- Provisão de uma quantia variável de um serviço público, com $S' > 0$ e $S'' < 0$
- Função de demanda inversa é $P(q)$, com elasticidade de demanda (direta) $\eta(p)$
- Excedente líquido do consumidor:

$$V = S(q) - P(q)q$$

- Função custo do monopólio natural:

$$C = (\theta - e)q + K$$

  onde K é um custo fixo e $(\theta - e)$ é como no modelo canônico.

- $\theta \in \{\theta_L, \theta_H\}$, com $\theta_L < \theta_H$ (ou seja, a firma θ_L é mais eficiente)
- Firma sofre desutilidade $\psi(e)$ de fazer esforço, sendo $\psi' > 0$, $\psi'' > 0$ e $\lim_{e \to \theta} \psi(e) = \infty$ (ou seja, a desutilidade aumenta com o esforço a taxas crescentes)
- Regulador não conhece θ, mas conhece a sua distribuição: ele sabe que $\Pr(\theta = \theta_L) = \nu$ e $\Pr(\theta = \theta_H) = 1 - \nu$. Define-se $\Delta\theta = \theta_H - \theta_L$
- Regulador pode observar o custo total C (i.e. custos são auditáveis ex post), mas não observa a sua decomposição entre eficiência θ e esforço e
- Utilidade (ou payoff) da firma regulada:

$$U = P(q)q - (\theta - e)q - K - \psi(e)$$

- Função de bem-estar do regulador:

$$\begin{aligned} V &= V + U \\ &= [S(q) - P(q)q] + [P(q)q - (\theta - e)q - K - \psi(e)] \\ &= S(q) - (\theta - e)q - K - \psi(e) \end{aligned}$$

Resolução do modelo:

- O problema do regulador é maximizar o bem-estar esperado sujeito às restrições de racionalidade individual (IR) e compatibilidade em incentivos (IC) a seguir (vide exercício 3 para entender as restrições):

$$\begin{aligned} \underset{e}{\text{Max}} \quad & E_\theta \left[S(q) - (\theta - e)q - K - \psi(e)\right] \\ \text{s.a.} \quad & U_H = P(q_H)q_H - (\theta_H - e_H)\, q_H - K - \psi(e_H) = 0 \\ & U_L = P(q_L)q_L - (\theta_L - e_L)\, q_L - K - \psi(e_L) = U_H + \Phi(e_H) \end{aligned}$$

- Abrindo a esperança da função objetivo e organizando as restrições:

$$\begin{aligned} \underset{e}{\text{Max}} \quad & \nu \underbrace{\left[S(q_L) - (\theta_L - e_L)q_L - K - \psi(e_L)\right]}_{W_L} + (1-\nu) \underbrace{\left[S(q_H) - (\theta_H - e_H)q_H - K - \psi(e_H)\right]}_{W_H} \\ \text{s.a.} \quad & P(q_H)q_H - (\theta_H - e_H)\, q_H - K - \psi(e_H) = 0 \\ & P(q_L)q_L - (\theta_L - e_L)\, q_L - K - \psi(e_L) = \Phi(e_H) \end{aligned}$$

- Montamos o lagrangeano:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = \ & \nu W_L + (1-\nu) W_H + (1-\nu)\mu_2 \left[P(q_H)q_H - (\theta_H - e_H)\, q_H - K - \psi(e_H)\right] \\ & + \nu\mu_1 \left[P(q_L)q_L - (\theta_L - e_L)\, q_L - K - \psi(e_L) - \Phi(e_H)\right] \end{aligned}$$

  onde $\nu\mu_1$ e $(1-\nu)\mu_2$ são os multiplicadores de Lagrange.

- As condições de primeira ordem são dadas a seguir:
  $[q_L]$:

$$\begin{aligned} \nu\left[S'(q_L) - (\theta_L - e_L)\right] + \nu\mu_1\left[P(q_L) + P'(q_L)q_L - (\theta_L - e_L)\right] &= 0 \\ \nu\left[P(q_L) - (\theta_L - e_L)\right] + \nu\mu_1\left[P(q_L) - (\theta_L - e_L)\right] &= -\nu\mu_1 q_L P'(q_L) \\ (1+\mu_1)\left[P(q_L) - (\theta_L - e_L)\right] &= -\mu_1 q_L P'(q_L) \\ \frac{\left[P(q_L) - (\theta_L - e_L)\right]}{P(q_L)} &= -\frac{\mu_1}{(1+\mu_1)} \frac{q_L P'(q_L)}{P(q_L)} \\ \frac{\left[p_L - (\theta_L - e_L)\right]}{p_L} &= \frac{\mu_1}{(1+\mu_1)} \frac{1}{\eta} \end{aligned}$$

  $[q_H]$:

$$\begin{aligned} (1-\nu)\left[S'(q_H) - (\theta_H - e_H)\right] &+ \\ +(1-\nu)\mu_2\left[P(q_H) + P'(q_H)q_H - (\theta_H - e_H)\right] &= 0 \\ (1-\nu)\left[P(q_H) - (\theta_H - e_H)\right] + (1-\nu)\mu_2\left[P(q_H) - (\theta_H - e_H)\right] &= -(1-\nu)\mu_1 q_H P'(q_H) \\ (1+\mu_2)\left[P(q_H) - (\theta_H - e_H)\right] &= -\mu_2 q_H P'(q_H) \\ \frac{\left[P(q_H) - (\theta_H - e_H)\right]}{P(q_H)} &= -\frac{\mu_2}{(1+\mu_2)} \frac{q_H P'(q_H)}{P(q_H)} \\ \frac{\left[p_H - (\theta_H - e_H)\right]}{p_H} &= \frac{\mu_2}{(1+\mu_2)} \frac{1}{\eta} \end{aligned}$$

$[e_L]$:

$$\begin{aligned}\nu\left[q_L-\psi'(e_L)\right]+(1-\nu)\mu_2\left[q_L-\psi'(e_L)\right]&=0\\ \left[-\nu+(1-\nu)\mu_2\right]\psi'(e_L)&=\left[-\nu+(1-\nu)\mu_2\right]q_L\\ \psi'(e_L)&=q_L\end{aligned}$$

$[e_H]$:

$$\begin{aligned}(1-\nu)\left[q_H-\psi'(e_H)\right]+(1-\nu)\mu_2\left[q_H-\psi'(e_H)\right]-&\\ -\nu\mu_1\Phi'(e_H)&=0\\ \left[(1-\nu)+(1-\nu)\mu_2\right]\psi'(e_H)&=\left[(1-\nu)+(1-\nu)\mu_2\right]q_H-\nu\mu_1\Phi'(e_H)\\ \psi'(e_H)&=q_H-\frac{\nu}{1-\nu}\frac{\mu_1}{1+\mu_2}\Phi'(e_H)\end{aligned}$$

Resumo dos resultados:

- Poder de incentivos é determinado diretamente pela CPO de esforço:
  - Mesma estrutura de incentivos de quando transferências eram permitidas (eficiência no topo, distorção na ineficiente)
  - λ é substituído pelo multiplicador de Lagrange
- Projeto de tamanho variável implica em regra de apreçamento à la Ramsey:
  - Apreçamento de Ramsey ajustado de acordo com o nível de custos fixos, medido através dos multiplicadores de Lagrange
  - Quanto maior é o custo, maior o multiplicador; logo, maior o mark-up
  - Comparado com a situação em que as transferências são permitidas, onde os preços eram determinados por λ (custo dos fundos públicos), um K elevado implica em um preço ao consumidor mais elevado.
- Conclusões:
  - Os preços são ajustados de modo que as empresas possam cobrir seus custos fixos e que a renda informacional seja transferida para a empresa eficiente.
  - Quando transferências são probidas, esquemas de incentivo adotados pelo regulador são similares à situação em que transferências são possíveis. O preço ao consumidor final pode ser mais elevado se o capital fixo é alto.

Exercício 2.

(a) O problema do regulador é maximizar o bem-estar esperado, sujeito às restrições de participação (ou racionalidade individual – IR) e às restrições de compatibilidade em incentivos (IC). Note que $e = \theta - C$, daí:

$$\begin{aligned}
\underset{e}{\text{Max}} \quad & E_\theta \left[S - (1+\lambda)\left(\theta - e + \psi(e)\right) - \lambda U\right] & \\
\text{s.a.} \quad & U_L \geq 0 & [\text{IR}_L] \\
& U_H \geq 0 & [\text{IR}_H] \\
& U_L = t_L - \psi\left(\theta_L - C_L\right) \geq t_H - \psi(\theta_L - C_H) & [\text{IC}_L] \\
& U_H = t_H - \psi\left(\theta_H - C_H\right) \geq t_L - \psi(\theta_H - C_L) & [\text{IC}_H]
\end{aligned}$$

(b.i) A função objetivo do regulador diz que o bem-estar social é a diferença entre o excedente do consumidor S relativo ao projeto e (i) o custo total (monetário e não monetário) $C + \psi(e)$ e (ii) a renda da firma (acima de seu nível de utilidade de reserva) multiplicada pelo custo social dos recursos públicos. Note que é custoso para o regulador deixar renda para a firma.

(b.ii) Primeiramente, note que somando as restrições $[\text{IC}_L]$ e $[\text{IC}_H]$ temos que:

$$\begin{aligned}
\psi(\theta_L - C_H) + \psi(\theta_H - C_L) - \psi(\theta_L - C_L) - \psi(\theta_H - C_H) \geq 0 \\
\Leftrightarrow \quad \int_{C_L}^{C_H} \int_{\theta_L}^{\theta_H} \psi''(\theta - C) d\theta dC \geq 0
\end{aligned}$$

Logo, juntamente com as hipóteses de que $\psi'' > 0$ e $\theta_H > \theta_L$, temos que $C_H > C_L$.

Observe que, se $[\text{IR}_H]$ e $[\text{IC}_L]$ são satisfeitas, então a restrição $[\text{IR}_L]$ é automaticamente atendida:

$$\begin{aligned}
U_L & \underbrace{\geq}_{[\text{IC}_L]} t_H - \psi\left(\theta_L - C_H\right) \\
& = t_H - \psi(\theta_L - C_H) + \psi(\theta_H - C_H) - \psi(\theta_H - C_H) \\
& \geq U_H + \psi(\theta_H - C_H) - \psi(\theta_L - C_H) \\
& \underbrace{\geq}_{\psi' > 0} U_H \\
& \underbrace{\geq}_{[\text{IR}_H]} 0
\end{aligned}$$

Portanto, a restrição $[\text{IR}_L]$ é redundante já que o tipo eficiente sempre pode imitar o tipo ineficiente a um custo menor.

O bem-estar social ex post quando a firma tem tipo θ é dado por:

$$\begin{aligned}
W(\theta) &= S - (1+\lambda)\left[t(\theta) + C(\theta)\right] + t(\theta) - \psi(\theta - C(\theta)) \\
&= S - (1+\lambda)\left[C(\theta) + \psi(\theta - C(\theta))\right] - \lambda U(\theta)
\end{aligned}$$

O regulador conhece a distribuição de θ e escolhe o contrato que maximiza o bem-estar social esperado $\bar{W} = \nu W(\theta_L) + (1-\nu) W(\theta_H)$ sob as restrições IC e IR.

Para maximizar o excedente total esperado sujeito a [IC$_L$], [IC$_H$] e [IR$_H$], ignore por um momento a restrição [IC$_H$] e vamos checar se a solução do problema de maximização do regulador sujeito a somente as restrições [IC$_L$] e [IR$_H$] satisfaz [IC$_H$].

Reescrevendo a restrição [IC$_H$]:

$$\begin{aligned}
U_L &\geq t_H - \psi(\theta_L - C_H) \\
&= \underbrace{t_H - \psi(\theta_H - C_H)}_{U_H} + \psi(\theta_H - C_H) - \psi(\theta_L - C_H) \\
&= U_H + \psi(\theta_H - C_H) - \psi(\theta_L - \theta_H + \theta_H - C_H) \\
&= U_H + \psi(e_H) - \psi(e_H - \Delta\theta) \\
&= U_H + \Phi(e_H)
\end{aligned}$$

onde $\Phi(e) \equiv \psi(e) - \psi(e - \Delta\theta)$ e usamos que $e = \theta - C$.

Como $\psi'' > 0$, temos que $\Phi(.)$ é crescente. A função $\Phi(.)$ determina a renda do tipo eficiente (em relação ao tipo ineficiente) medindo a economia em desutilidade do esforço associado a uma tecnologia melhor.

O problema de otimização do regulador sob a nossa hipótese de somente duas restrições é:

$$\begin{aligned}
\underset{\{C_L, C_H, U_L, U_H\}}{\text{Max}} \quad & \nu\,[S - (1+\lambda)(C_L + \psi(\theta_L - C_L)) - \lambda U_L] \\
& + (1-\nu)\,[S - (1+\lambda)(C_H + \psi(\theta_H - C_H)) - \lambda U_L] \\
\text{s.a.} \quad & U_H \geq 0 \\
& U_L \geq U_H + \Phi(e_H)
\end{aligned}$$

Como deixar renda para a firma é custoso para o regulador, as duas restrições são satisfeitas com igualdade no ótimo. Substituindo $U_H = 0$ e $U_L = \Phi(\theta_H - C_H)$ na função objetivo do regulador, temos:

$$\psi'(\theta_L - C_L) = 1 \quad \text{ou} \quad e_L = e^*$$
$$\psi'(\theta_H - C_H) = 1 - \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\nu}{1-\nu}\Phi'(\theta_H - C_H)$$

implicando que $e_H < e^*$.

Note que a restrição negligenciada [IC$_H$] é satisfeita por essa solução, logo era desnecessária em primeiro lugar. Podemos reescrevê-la como:

$$U_H \geq U_L - \Phi(\theta_H - C_L)$$

ou ainda:

$$0 \geq \Phi(\theta_H - C_H) - \Phi(\theta_H - C_L)$$

o que é verdade já que $e_H < e_L$ (e portanto $C_H > C_L$) e já que $\Phi' > 0$.

(b.i) Nesse caso, os instrumentos do regulador são (t, q), isto é, ele escolhe a transferência e a quantidade produzida.

(b.ii) Quando transferências são permitidas, mas custos não são observáveis, o regulador vai propor contratos tais que (a) o esquema de incentivos seja o mais forte possível e (b) seja possível ajustar a quantidade produzida de modo a controlar a renda informacional da empresa mais eficiente. Portanto, custos não observáveis levam a contratos de incentivos mais fortes. Note que o esforço será sempre ótimo condicional à quantidade produzida. Assim, o poder de incentivos é máximo, mas para reduzir a renda informacional que é transferida para a empresa eficiente, o regulador reduz a produção da menos eficiente via aumento de preços (veja a CPO da firma θ_L).

Exercício 3.

(a) Comissão benevolente equivale ao caso em que $k = 0$. Ou seja, a comissão fica com uma parcela $k = 0$ da propina. Assim, as CPOs seriam:

$$\psi'(e_L^*) = q_L$$
$$\psi'(e_H) = q_H - \frac{\lambda}{1+\lambda}\frac{\hat{\nu}}{1-\hat{\nu}}\Phi'(e_H)$$

A presença da Comissão leva o contrato ótimo a um contrato de incentivos mais fortes, com esforço da empresa ineficiente maior do que seria sem a comissão. Intuitivamente, isso ocorre porque, quando o sinal não é informativo, o regulador acredita que a probabilidade de a empresa ser eficiente seja menor. Portanto, ele teme menos ter que transferir renda informacional, e assim impõe um esforço maior para a firma ineficiente.

(b) A possibilidade de corrupção na Comissão Reguladora leva a um enfraquecimento do poder de incentivos do contrato ótimo. Intuitivamente, o governo "se defende" deste tipo de corrupção reduzindo a renda informacional a ser partilhada entre a Comissão e a empresa regulada.