Professor: Fernando Veloso — Política Econômica - 2019
Monitor: Carlos Magno Reis — EPGE/FGV

3ª Lista de Exercícios

Exercício 1 *Considere o modelo monetário clássico, no qual um agente representativo resolve o seguinte problema de otimização:*

$$\max_{C_t,N_t,B_t} \mathbb{E}_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t, N_t) \right\} \tag{1}$$

sujeito a

$$P_t C_t + Q_t B_t \leq B_{t-1} + W_t N_t - T_t, \quad \forall t \quad \text{(i)}$$

$$C_t, B_t \geq 0, \quad \beta \in (0,1) \qquad \text{(ii)}$$

$$\lim_{T\to\infty} \mathbb{E}_t[B_T] \geq 0 \text{ (No-Ponzi Game Condition)} \quad \text{(iii)}$$

Nesse problema, C_t é o consumo, N_t é a oferta de trabalho, B_t representa a poupança do agente na forma de títulos livres de risco que pagam 1 no vencimento e possuem preço contemporâneo dado por Q_t. A taxa de retorno dos títulos é i_t. Dessa forma, o preço corrente do título é dado por $Q_t = \frac{1}{1+i_t}$. Note que $-\ln(Q_t) = \ln(1+i_t) \approx i_t \Rightarrow Q_t \approx \exp(-i_t)$. Dessa forma, assuma que $1-Q_t = 1-\exp(-i_t) \approx i_t$. Ao longo do exercício, considere que esta aproximação vale com igualdade. O termo T_t representa transferências lump-sum, que podem ser positivas ou negativas. Ao resolver seu problema, o agente toma P_t, Q_t e W_t como dados. Essa economia possui um contínuo de firmas idênticas que produzem o único bem de consumo da economia com a função de produção $Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$. Aqui, N_t representa a quantidade de trabalho demandada da firma e A_t representa o nível de tecnologia, que segue um processo estocástico exógeno. Diante do exposto, pede-se:

(a) *Usando o método do Lagrangeano, derive as condições de primeira ordem associadas ao problema do consumidor e apresente uma interpretação econômica para os resultados.*

Agora assuma que a função de utilidade do agente representativo é dada por:

$$u(C_t, N_t) = \frac{C_t^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \tag{2}$$

(b) *Escreva as condições de primeira ordem do problema do consumidor considerando a função de utilidade acima. Usando a notação* $\ln(X_t) \equiv x_t$*, log-linearize tais condições em torno do steady-state estacionário. (Nesse exercício use as definições* $\ln\beta \equiv -\rho$ *e* $-\ln(Q_t) = i_t$*).*

(c) *Escreva o problema de otimização da firma e derive sua condição de primeira ordem. Usando a notação* $\ln(X_t) \equiv x_t$*, log-linearize tal condição em torno do steady-state estacionário.*

(d) *Usando a condição de equilíbrio no mercado de bens* $c_t = y_t$ *e uma expressão log-linearizada da função de produção encontre o produto e o nível de emprego de equilíbrio.*

(e) *Usando novamente a condição de equilíbrio no mercado de bens e a equação de Euler para o consumo, encontre o processo de formação para a taxa real de juros* $r_t \equiv i_t - \mathbb{E}_t[\pi_{t+1}]$*.*

(f) *Usando a definição* $\omega_t = \ln\frac{W_t}{P_t}$ *encontre o processo gerador do salário real de equilíbrio.*

(g) *Considerando os valores de equilíbrio das variáveis reais obtidos nos itens anteriores, o que podemos dizer sobre a política monetária neste modelo?*

Exercício 2 *Suponha que um agente representativo vive infinitos períodos e resolve o seguinte problema de otimização:*

$$\max_{C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t, S_{t+1}} \mathbb{E}_0 \left\{ \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u\left(C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t\right) \right\} \tag{1}$$

sujeito a

$$P_t C_t + Q_t S_{t+1} + (1 - Q_t) M_t \leq S_t + W_t N_t - T_t, \quad \forall t, \quad \text{(i)}$$

$$C_t, S_t \geq 0, \quad \beta \in (0,1) \qquad \text{(ii)}$$

$$\lim_{T\to\infty} \mathbb{E}_t[S_T] \geq 0 \text{ (No-Ponzi Game Condition)} \quad \text{(iii)}$$

Nesse problema, C_t *é o consumo,* N_t *é a oferta de trabalho,* B_t *representa a poupança do agente na forma de títulos livres de risco que pagam 1 no vencimento e possuem preço contemporâneo dado por* Q_t*. A taxa de retorno dos títulos é* i_t*. Dessa forma, o preço corrente do título é dado por* $Q_t = \frac{1}{1+i_t}$*. Note* *que* $-\ln(Q_t) = \ln(1+i_t) \approx i_t \Rightarrow Q_t \approx \exp(-i_t)$. *Dessa forma, assuma que* $1 - Q_t = 1 - \exp(-i_t) \approx i_t$. *Ao longo do exercício, considere que esta aproximação vale com igualdade. O termo* T_t *representa transferências lump-sum, que podem ser positivas ou negativas.* S_t *representa a quantidade total de ativos financeiros que o agente possui em t, assim,* $S_t = B_t + M_t$. *Ao resolver seu problema, o agente toma* P_t, Q_t *e* W_t *como dados. Essa economia possui um contínuo de firmas idênticas que produzem o único bem de consumo da economia com a função de produção* $Y_t = A_t N_t^{1-\alpha}$. *Aqui,* N_t *representa a quantidade de trabalho demandada da firma e* A_t *representa o nível de tecnologia, que segue o seguinte processo estocástico:*

$$a_t = \rho_a a_{t-1} + \varepsilon_t^a \text{ onde } \rho_a \in [0,1), \quad a_t \equiv \ln(A_t), \quad \varepsilon_t^a \sim \mathrm{N}(0,1), \text{ i.i.d.} \tag{2}$$

Ao longo do exercício, assumiremos que variáveis escritas em minúsculo estão em termos de logaritmo, enquanto variáveis em maiúsculo estão em nível. Diante do exposto, pede-se:

(a) *Caracterize a solução do problema do consumidor, apresentando a equação de Euler do consumo, a taxa marginal de substituição entre consumo e trabalho e a taxa marginal de substituição de consumo por moeda.*

(b) *Monte e resolva o problema da firma que escolhe trabalho. Log-linearize a condição de primeira ordem desse problema, isto é, reescreva a equação original em termos de desvios logarítmicos*[1] *do steady-state.*

Assuma agora que a função de utilidade do agente é dada por:

$$u\left(C_t, \frac{M_t}{P_t}, N_t\right) = \frac{\left(C_t \frac{M_t}{P_t}\right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{N_t^{1+\varphi}}{1+\varphi} \tag{3}$$

(c) *Escreva as condições de otimalidade encontradas em (a) considerando a forma funcional apresentada acima. Log-linearize essas equações, reescrevendo-as em termos de desvios logarítmicos do steady-state.*

(d) *Usando as equações log-linearizadas obtidas em (b) e (c), juntamente com a condição de equilíbrio no mercado de bens, encontre o produto de equilíbrio. Supondo que existe uma autoridade monetária controlando a taxa de juros, a política monetária é neutra?*

[1] Lembre-se que $\hat{x}_t \equiv \ln(X_T) - \ln(\bar{X}) \approx \frac{X_t - \bar{X}}{\bar{X}}$