Professor: Fernando Veloso — Política Econômica - 2019
Monitor: Carlos Magno Reis — EPGE/FGV

Gabarito - 1ª Lista de Exercícios

Para a resolução das questões abaixo, vale ressaltar as características de um ruído branco e de um passeio aleatório (random walk).

- Ruído Branco: Uma variável x_t é definida como um ruído branco quando é i.i.d e:

$$E_{t-1}[x_t] = 0$$
$$Var(x_t) = \sigma^2$$

- Random Walk: Uma variável x_t gerada por um processo do tipo passeio aleatório é descrito por um AR(1) com raiz unitária:

$$x_t = x_{t-1} + \epsilon_t$$

onde ϵ_t é assumido ser gerado por um ruído branco. Logo,

$$E_{t-1}[x_t] = E_{t-1}[x_{t-1}] + E_{t-1}[\epsilon_t] = x_{t-1}$$

Exercício 1 (*McCallum, Chapter 8, Problem 3*).

- Modelo Básico com preços flexíveis.
- $b_1 < 0$, $b_2, b_3, b_4 > 0$.
- $\bar{y}_t, g_t, r_t^*, y_t^*$ e v_t são gerados por processos do tipo ruído branco.

Considerando expectativas racionais, tem-se que $q_{t+1}^e = E_t[q_{t+1}]$.
Rearranjando a equação (34):

$$q_t = \beta_1 E_t[q_{t+1}] + \beta_2 \bar{y} + \beta_3 + \beta_4 r_t^* + \beta_5 g_t + \beta_6 y_t^* + \beta_7 v_t \tag{1}$$

Onde:

$$\beta_1 = \frac{-b_1}{(b_2 - b_1)} > 0 \ ; \ \beta_2 = \frac{1}{(b_2 - b_1)} > 0 \ ; \ \beta_3 = \frac{-b_0}{(b_2 - b_1)} \ ; \ \beta_4 = \frac{-b_1}{(b_2 - b_1)} > 0$$

$$\beta_5 = \frac{-b_3}{(b_2 - b_1)} < 0 \ ; \ \beta_6 = \frac{-b_4}{(b_2 - b_1)} < 0 \ ; \ \beta_7 = \frac{-1}{(b_2 - b_1)} < 0$$

A variável q_t depende do valor esperado de q_{t+1} e das variáveis geradas por processo de ruído branco, $\bar{y}_t, g_t, r^*_t, y^*_t$ e v_t. Note que q_{t+1} depende então do valor esperado q_{t+2} e das variáveis $\bar{y_{t+1}}, g_{t+1}, r^*_{t+1}, y^*_{t+1}$ e v_{t+1}. Estas últimas dependem do seu valor no tempo t, portanto q_{t+1} não implica em novas variáveis influenciando q_t.
Então, q_t pode ser escrito como:

$$q_t = \phi_0 + \phi_1 \bar{y} + \phi_2 r^*_t + \phi_3 g_t + \phi_4 y^*_t + \phi_5 v_t \tag{2}$$

Adiantando a equação em um período e aplicando o operador de esperança, temos que:

$$E_t[q_{t+1}] = \phi_0 \tag{3}$$

Pois, $E_t[\bar{y}_t] = E_t[r^*_{t+1}] = E_t[g_{t+1}] = E_t[y^*_{t+1}] = E_t[v_{t+1}] = 0$ dado que essas variáveis são geradas por processo de ruído branco.
Aplicando (2) e (3) em (1), temos que:

$$\phi_0 + \phi_1 \bar{y} + \phi_2 r^*_t + \phi_3 g_t + \phi_4 y^*_t + \phi_5 v_t = \beta_1 \phi_0 + \beta_2 \bar{y}_t + \beta_3 + \beta_4 r^*_t + \beta_5 g_t + \beta_6 y^*_t + \beta_7 v_t \tag{4}$$

Logo:

$$\phi_0 = \frac{\beta_3}{(1 - \beta_1)} \ ; \ \phi_1 = \beta_2 \ ; \ \phi_2 = \beta_4 \ ; \ \phi_3 = \beta_5 \ ; \ \phi_4 = \beta_6 \ ; \ \phi_5 = \beta_7$$

O que implica em:

$$q_t = \frac{\beta_3}{(1 - \beta_1)} + \beta_2 \bar{y}_t + \beta_4 r^*_t + \beta_5 g_t + \beta_6 y^*_t + \beta_7 v_t \tag{5}$$

Ou,

$$q_t = \frac{-b_0}{b_2} + \frac{1}{(b_2 - b_1)} [\bar{y}_t - b_1 r^*_t - b_3 g_t - b_4 y^*_t - v_t] \tag{6}$$

Note que o valor esperado da taxa de câmbio real em t+1 vai ser uma constate:

$$\mathbb{E}_t[q_{t+1}] = \frac{-b_0}{b_2} \tag{7}$$

Apesar da esperança ser diferente de zero, podemos dizer que a taxa de câmbio real é gerada por um processo de ruído branco.

Exercício 2 (*McCallum, Chapter 8, Problem 4*).

- $\bar{y}_t, g_t, r_t^*, y_t^*$ e v_t são gerados por processos do tipo passeio aleatório.

O procedimento é idêntico ao do exercício anterior, a diferença fica na equação referente ao valor esperado em t de q_{t+1}, dado que as variáveis são geradas por um processo do tipo passeio aleatório.
Adiantando (2) e aplicando o operador de esperança, temos:

$$E_t[q_{t+1}] = \phi_0 + \phi_1 E_t[\bar{y}_{t+1}] + \phi_2 E_t[r_{t+1}^*] + \phi_3 E_t[g_{t+1}] + \phi_4 E_t[y_{t+1}^*] + \phi_5 E_t[v_{t+1}]$$

Dado a característica do passeio aleatório, temos que:

$$E_t[q_{t+1}] = \phi_0 + \phi_1 \bar{y}_t + \phi_2 r_t^* + \phi_3 g_t + \phi_4 y_t^* + \phi_5 v_t \tag{8}$$

Aplicando (2) e (8) em (1):

$$\begin{aligned} \phi_0 + \phi_1 \bar{y}_t + \phi_2 r_t^* + \phi_3 g_t + \phi_4 y_t^* + \phi_5 v_t &= \beta_1[\phi_0 + \phi_1 \bar{y}_t + \phi_2 r_t^* + \phi_3 g_t + \phi_4 y_t^* + \phi_5 v_t] \\ &\quad \beta_2 \bar{y}_t + \beta_3 + \beta_4 r_t^* + \beta_5 g_t + \beta_6 y_t^* + \beta_7 v_t \quad (9) \end{aligned}$$

Para a equação do lado direito ser igual ao do lado esquerdo é necessário que:

$$\begin{aligned} \phi_0 &= \beta_1 \phi_0 + \beta_3 && (10) \\ \phi_1 &= \beta_1 \phi_1 + \beta_2 && (11) \\ \phi_2 &= \beta_1 \phi_2 + \beta_4 && (12) \\ \phi_3 &= \beta_1 \phi_3 + \beta_5 && (13) \\ \phi_4 &= \beta_1 \phi_4 + \beta_6 && (14) \\ \phi_5 &= \beta_1 \phi_5 + \beta_7 && (15) \end{aligned}$$

Logo,

$$\phi_0 = \frac{\beta_3}{(1-\beta_1)} \; ; \; \phi_1 = \frac{\beta_2}{(1-\beta_1)} \; ; \; \phi_2 = \frac{\beta_4}{(1-\beta_1)} \; ; \; \phi_3 = \frac{\beta_5}{(1-\beta_1)}$$

$$\phi_4 = \frac{\beta_6}{(1-\beta_1)} \; ; \; \phi_5 = \frac{\beta_7}{(1-\beta_1)}$$

E portanto,

$$q_t = \frac{-b_0 + \bar{y}_t - b_1 r_t^* - b_3 g_t - b_4 y_t^* - v_t}{b_2} \tag{16}$$

Exercício 3 (*McCallum, Chapter 8, Problem 5*).

- Modelo de preços rígidos
- Vamos assumir as mesmas hipóteses que estão presente na seção 8.9 do livrro do McCallum(1996), $p_t^* = R_t^* = y_t^* = g_t = 0$ e $\bar{y}$ é constante.
- $p_t = E_{t-1}\bar{p}_t$, ou seja, o preço em t é igual ao valor esperado em t-1 do preço que iguala o produto ao produto de preço flexível, $\bar{y}_t$.

Item a

Como requerido no enunciado, procuraremos a solução para p_t tal que os agentes acertam a previsão do preço que equilibra os mercados, ou seja, $\bar{p}_t \Rightarrow y_t = \bar{y}$, $\forall t$

Logo, pela definição de taxa de câmbio real,

$$q_t = s_t + p_t^* - \bar{p}_t \Rightarrow q_t = s_t - \bar{p}_t \Rightarrow \bar{p}_t = s_t - q_t \tag{17}$$

Considerando $y_t = \bar{y}$ e utilizando a equação acima na LM(equação 52), temos:

$$m_t - s_t + q_t = c_0 + c_1\bar{y} + c_2[E_t(s_{t+1}) - s_t] + \varepsilon_t$$

Rearranjando para s_t,

$$m_t = c_0 + c_2E_t(s_{t+1}) + (1 - c_2)s_t + u_t \tag{18}$$

Onde:

$$u_t \equiv -q_t + c_1\bar{y} + \varepsilon_t. \tag{19}$$

Pela equação (53) do enunciado:

$$m_{t-1} + \mu_0 + e_t = c_0 + c_2E_t(s_{t+1}) + (1 - c_2)s_t + u_t \tag{20}$$

Agora, temos uma única equação para uma única variável com componente *forward-looking*, a taxa de câmbio nominal s_t. Vamos aplicar o método dos coeficientes indeterminados para encontrar sua regra de formação da mesma forma que fizemos nos dois primeiros exercícios. Logo, conjecturamos uma equação linear nas variáveis presentes na equação acima que não são a própria taxa de câmbio nominal.

$$s_t = \phi_0 + \phi_1m_{t-1} + \phi_2u_t + \phi_3e_t \tag{21}$$

Adiantando um período, e aplicando o operador de esperança no tempo t, temos:

$$E_t(s_{t+1}) = \phi_0 + \phi_1 E_t m_t + \phi_2 E_t u_{t+1} + \phi_3 E_t e_{t+1} \Rightarrow \phi_0 + \phi_1 E_t m_t \tag{22}$$

Aplicando (21) e (22) em (20), temos que:

$$\begin{aligned} m_{t-1} + \mu_0 + e_t &= c_0 + c_2[\phi_0 + \phi_1(m_{t-1} + \mu_0 + e_t)] \\ &\quad +(1 - c_2)[\phi_0 + \phi_1 m_{t-1} + \phi_2 u_t + \phi_3 e_t] + u_t \end{aligned}$$

Rearranjando, temos:

$$m_{t-1} + \mu_0 + e_t = [c_0 + c_2\phi_1\mu_0 + \phi_0] + \phi_1 m_{t-1} + [c_2\phi_1 + (1 - c_2)\phi_3]e_t + [(1 - c_2)\phi_2 + 1]u_t \tag{23}$$

Logo, para o lado esquerdo ser igual ao direito $\forall$ t, temos que:

$$c_0 + c_2\phi_1\mu_0 + \phi_0 = \mu_0 \tag{24}$$

$$\phi_1 = 1 \tag{25}$$

$$c_2\phi_1 + (1 - c_2)\phi_3 = 1 \tag{26}$$

$$(1 - c_2)\phi_2 + 1 = 0 \tag{27}$$

Logo,

$$\phi_1 = 1 \ ; \ \phi_2 = \frac{-1}{(1 - c_2)} \ ; \ \phi_3 = 1 \ ; \ \phi_0 = (1 - c_2)\mu_0 - c_0$$

Portanto:

$$s_t = (1 - c_2)\mu_0 - c_0 + m_{t-1} + e_t - \frac{1}{(1 - c_2)} u_t \tag{28}$$

Como $\bar{p}_t = s_t - q_t$, temos que:

$$\bar{p}_t = (1 - c_2)\mu_0 - c_0 + m_{t-1} + e_t - \frac{1}{(1 - c_2)} u_t - q_t \tag{29}$$

Pela equação (19), temos que

$$\bar{p}_t = -c_2\mu_0 - c_0 + m_{t-1} + e_t + \mu_0 - \frac{c_2}{(1 - c_2)} u_t - c_1\bar{y}_t - \varepsilon_t \tag{30}$$

Aplicando o operador de esperança de $t - 1$ e considerando que $p_t = E_{t-1}\bar{p}_t$, temos que:

$$p_t = E_{t-1}[\bar{p}_t] = -\mu_0 c_2 - c_0 - c_1\bar{y} + \mu_0 + m_{t-1} - \varepsilon_{t-1} \tag{31}$$

Que é idêntica à equação (57) da seção 8.9 do McCallum que desejávamos encontrar.

item b

Pelo resultado do item anterior, vimos que no modelo com preço rígido, o preço responde a choques na LM com um delay de um período, vide equação (31). Por outro lado, a taxa de câmbio, s_t, se altera no mesmo período em que a economia sofre o choque na LM, conforme equação (28). Logo, s_t, reponde no mesmo período ao choque, portanto, mais rapidamente do que o preço.

Exercício 4.

Nesse exercício, utilizaremos a equação (31) para calcular o produto real de equilíbrio y_t.

Seguindo a seção 8.9 do livro do McCallum, definimos $\tilde{m}_t = m_t - \varepsilon_t$. Aplicando essa definição e substituindo, do enunciado, a equação (51) em (52):

$$\tilde{m}_t - p_t = c_0 + c_1 b_0 + c_1 b_1\{(\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t) - (\mathbb{E}_t[p_{t+1}] - p_t)\} + c_1 b_2(s_t - p_t) + c_1\nu_t + c_2(\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t) \tag{32}$$

Além disso, (31) fica:

$$p_t = -\mu_0 c_2 - c_0 - c_1\bar{y} + \mu_0 + \tilde{m}_{t-1} \tag{33}$$

Adiantando em um período,

$$p_{t+1} = -c_0 - c_2\mu_0 + \mu_0 + \tilde{m}_t - c_1\bar{y} \tag{34}$$

Aplicando a esperança condicional ao período t e notando que $m_t = m_{t-1} + \mu_0 + e_t$, basta subtrair ε_t e ε_{t-1} para obter $\tilde{m}_t = \tilde{m}_{t-1} + \mu_0 + e_t$.

$$\mathbb{E}_t[p_{t+1}] = -c_0 - c_2\mu_0 + \mu_0 + \mathbb{E}_t[\mu_0 + \tilde{m}_{t-1} + e_t] - c_1\bar{y} \tag{35}$$

Logo, podemos fazer:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t[p_{t+1}] - p_t = \quad & -c_0 - c_2\mu_0 + \mu_0 + \mu_0 + \tilde{m}_{t-1} + e_t - c_1\bar{y} + \\ & + c_0 + c_2\mu_0 - \mu_0 - \tilde{m}_{t-1} + c_1\bar{y} = \mu_0 + e_t \end{aligned} \tag{36}$$

Substituindo (33) e (36) em (32), temos:

$$\begin{aligned} \tilde{m}_t + c_0 + c_2\mu_0 \quad & -\mu_0 - \tilde{m}_{t-1} + c_1\bar{y} = c_0 + c_1 b_0 + c_1 b_1\{(\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t) - \mu_0 - e_t\} + \\ & + c_1 b_2(s_t + c_0 + c_2\mu_0 - \mu_0 - \tilde{m}_{t-1} + c_1\bar{y}) + c_1\nu_t + c_2(\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t) \end{aligned} \tag{37}$$

Rearranjando, $e_t = \tilde{m}_t - \tilde{m}_{t-1} - \mu_0$. Assim, o lado esquerdo da equação acima fica:

$$\begin{aligned} c_2\mu_0 + c_1\bar{y} + e_t &= c_1b_0 + c_1b_1\{(\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t) - \mu_0 - e_t\}+ \\ &+c_1b_2(s_t + c_0 + c_2\mu_0 - \mu_0 - \tilde{m}_{t-1} + c_1\bar{y}) + c_1\nu_t + c_2(\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t) \end{aligned} \tag{38}$$

A variável com componente forward-looking na equação acima é s_t e as variáveis de estado associadas à equação acima são $\{\tilde{m}_{t-1}, e_t, \nu_t\}$. Assim, faremos a nossa conjectura sobre ela, para então aplicar o método dos coeficientes indeterminados.

Conjectura:

$$s_t = \phi_0 + \phi_1\tilde{m}_{t-1} + \phi_2 e_t + \phi_3\nu_t \tag{39}$$

Adiantando em um período:

$$s_{t+1} = \phi_0 + \phi_1\tilde{m}_t + \phi_2 e_{t+1} + \phi_3\nu_{t+1} \tag{40}$$

Aplicando a esperança, abrindo $\tilde{m}_t$ e ν_{t+1} e notando que $\mathbb{E}_t[e_{t+1}] = 0$ e $\mathbb{E}_t[\xi_{t+1}] = 0$:

$$\mathbb{E}_t[s_{t+1}] = \phi_0 + \phi_1\mathbb{E}_t[\mu_0 + \tilde{m}_{t-1} + e_t] + \phi_2\mathbb{E}_t[e_{t+1}] + \phi_3\mathbb{E}_t[\nu_t + \xi_{t+1}] = \phi_0 + \phi_1(\mu_0 + \tilde{m}_{t-1} + e_t) + \phi_3\nu_t \tag{41}$$

Subtraindo (41) de (39) :

$$\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t = \phi_0 + \phi_1(\mu_0 + \tilde{m}_{t-1} + e_t) + \phi_3\nu_t - \phi_0 - \phi_1\tilde{m}_{t-1} - \phi_2 e_t - \phi_3\nu_t = \phi_1\mu_0 + (\phi_1 - \phi_2)e_t \tag{42}$$

Aplicando (39) e (42) em (38):

$$\begin{aligned} c_2\mu_0 + c_1\bar{y} + e_t &= c_1b_0 + c_1b_1\{\phi_1\mu_0 + (\phi_1 - \phi_2)e_t - \mu_0 - e_t\}+ \\ &+c_1b_2(\phi_0 + \phi_1\tilde{m}_{t-1} + \phi_2 e_t + \phi_3\nu_t + c_0 + c_2\mu_0 - \mu_0 + \tilde{m}_{t-1} + c_1\bar{y})+ \\ &+c_1\nu_t + c_2(\phi_1\mu_0 + (\phi_1 - \phi_2)e_t) \end{aligned} \tag{43}$$

Agrupando os coeficientes das variáveis de estado para facilitar a comparação:

$$\begin{aligned} c_2\mu_0 + c_1\bar{y} + e_t = \; & c_1b_0 + c_1b_1\mu_0(\phi_1 - 1) + c_1b_2(\phi_0 + \mu_0 c_2 + c_0 - \mu_0 + c_1 + \bar{y}) + c_2\phi_1\mu_0+ \\ & +(c_1b_2(\phi_1 - 1))\tilde{m}_{t-1} + (c_1b_1(\phi_1 - \phi_2) - c_1b_1 + c_1b_2\phi_2 + c_2(\phi_1 - \phi_2))e_t+ \\ & +(c_1b_2\phi_3 + c_1)\nu_t \end{aligned} \tag{44}$$

Assim, fazendo a comparação usual dos coeficientes de ambos os lados da equação:

$$c_1b_2(\phi_1 - 1) = 0 \Rightarrow \phi_1 = 1 \tag{45}$$

$$c_1 b_2 \phi_3 + c_1 = 0 \Rightarrow \phi_3 = -\frac{1}{b_2} \tag{46}$$

$$\begin{aligned} c_1 b_1 (1-\phi_2) - c_1 b_1 + c_1 b_2 \phi_2 + c_2(1-\phi_2) &= 1 \Rightarrow \\ \Rightarrow -\phi_2 (c_1 b_1 - c_1 b_2 + c_2) &= 1 - c_2 \Rightarrow \\ \Rightarrow \phi_2 &= \frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2} \end{aligned} \tag{47}$$

$$\begin{aligned} c_2\mu_0 + c_1\bar{y} - \quad & c_1 b_0 - c_1 b_2(\mu_0(c_2-1) + c_0 + c_1\bar{y}) - c_2\mu_0 = c_1 b_2 \phi_0 \\ & \Rightarrow \phi_0 = \frac{\bar{y} - b_0 - b_2(\mu_0(c_2-1) + c_0 + c_1\bar{y})}{b_2} \equiv \gamma_0 \end{aligned} \tag{48}$$

Substituindo os coeficientes na equação (39), encontramos:

$$s_t = \gamma_0 + m_{t-1} + \frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2} e_t - \frac{1}{b_2}\nu_t \tag{49}$$

Agora que possuímos uma equação final para a taxa de câmbio, podemos substituir na LM (equação 52) para encontrar o produto de equilíbrio. Mas antes, vamos adiantar a equação (49) acima em um período, aplicar a esperança condicional a t e subtrair a própria equação s_t:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t &= \gamma_0 + \mathbb{E}_t[m_{t-1} + \mu_0 + e_t] + \frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2}\mathbb{E}_t[e_{t+1}] - \frac{1}{b_2}\mathbb{E}_t[\nu_t + \xi_{t+1}] \\ &- \gamma_0 - m_{t-1} - \frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2} e_t + \frac{1}{b_2}\nu_t \end{aligned} \tag{50}$$

Como e_t e ξ_{t+1} são ruídos brancos, temos que:

$$\mathbb{E}_t[s_{t+1}] - s_t = \mu_0 + \left(1 - \frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2}\right) e_t \tag{51}$$

Reescrevendo o preço de equilíbrio,

$$p_t = c_2\mu_0 - c_0 - c_1\bar{y} + \mu_0 + \underbrace{m_{t-1} - \varepsilon_{t-1}}_{=\tilde{m}_{t-1}} \tag{52}$$

Aplicando (51) e (52) na LM:

$$m_t + c_2\mu_0 + c_0 + c_1\bar{y} - \mu_0 - \tilde{m}_{t-1} = c_0 + c_1 y_t + c_2\left(\mu_0 + e_t - \frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2}\right)e_t + \varepsilon_t \tag{53}$$

Usando o fato já mencionado de que $e_t = \tilde{m}_t - \tilde{m}_{t-1} - \mu_0$, ficamos com

$$c_1\bar{y} + e_t = c_1 y_t + c_2\left(1 - \frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2}\right)e_t \tag{54}$$

Finalmente, chegamos a:

$$y_t = \bar{y} + \frac{1}{c_1}\left\{1 - c_2\left[1 - \left(\frac{1-c_2}{c_1(b_2-b_1)-c_2}\right)\right]\right\}e_t \tag{55}$$

Logo, o hiato do produto é derivado do choque monetário, e_t. Como os preços são rígidos, o preço não consegue se ajustar a mudança no estoque da moeda imediatamente. Com isso, o produto é diferente do produto alcançado com preço flexível.

Exercício 5.

- v_t, u_t e ε_t são ruídos brancos.
- Expectativas racionais.

Vamos começar substituindo a equação (3) do enunciado na equação (2) (LM):

$$m_t - p_t = by_t - c\{r_t + (\mathbb{E}_t[p_{t+1}] - p_t)\} + \nu_t \tag{56}$$

Isolando r_t na equação IS (equação (1) do enunciado):

$$r_t = -\frac{1}{a}y_t + \frac{u_t}{a} \tag{57}$$

Temos que:

$$m_t - p_t = by_t - c\left\{-\frac{1}{a}y_t + \frac{u_t}{a} + (\mathbb{E}_t[p_{t+1}] - p_t)\right\} + \nu_t \tag{58}$$

Utilizando a equação de oferta (4) e a *money rule* (5):

$$m_{t-1} + \varepsilon_t - p_t = \left[b + \frac{c}{a}\right]\left[y^p + \alpha(p_t - E_{t-1}p_t)\right] + w_t - c\left[E_t p_{t+1} - p_t\right] \tag{59}$$

Onde, $w_t = -c\frac{u_t}{a} + v_t$.

As variáveis de estado são $\{m_{t-1}, \varepsilon_t, \omega_t\}$. Logo, como manda o método dos coeficientes indeterminados, fazemos a nossa conjectura sobre a solução para p_t:

$$p_t = \phi_0 + \phi_1 m_{t-1} + \phi_2 \omega_t + \phi_3 \varepsilon_t \tag{60}$$

Podemos aplicar a esperança condicional a $t-1$ na equação acima para obter,

$$\mathbb{E}_{t-1}[p_t] = \phi_0 + \phi_1 m_{t-1} \tag{61}$$

pois $\mathbb{E}_{t-1}[\omega_t] = 0$ e ε_t é ruído branco.

Agora, adiantando (60) em um período e aplicando a esperança condicional a t:

$$\mathbb{E}_t[p_{t+1}] = \phi_0 + \phi_1 \mathbb{E}_t[m_{t-1} + \varepsilon_t] = \phi_0 + \phi_1 m_{t-1} + \phi_1 \varepsilon_t \tag{62}$$

Logo,

$$E_{t-1}[p_t] - p_t = -\phi_2 \omega_t - \phi_3 \varepsilon_t \tag{63}$$

Logo, substituindo em (59)

$$\begin{aligned} m_{t-1} + \varepsilon_t - \phi_0 - \phi_1 m_{t-1} - \phi_2 w_t - \phi_3 \varepsilon_t &= \left[b + \frac{c}{a}\right] [y^p + \alpha(\phi_2 w_t + \phi_3 \varepsilon_t)] + w_t \\ &\quad - c[(\phi_1 - \phi_3)\varepsilon_t - \phi_2 w_t] \end{aligned} \tag{64}$$

Comparando coeficientes,

$$(1 - \phi_1) = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi_1 = 1 \tag{65}$$

$$(1 - \phi_3) = \alpha \left[b + \frac{c}{a}\right] \phi_3 - c(\phi_1 - \phi_3) \quad \Rightarrow \quad \phi_3 = \frac{1}{\left\{1 + \frac{\alpha}{(1+c)}\left[b + \frac{c}{a}\right]\right\}} \tag{66}$$

$$-1 - \phi_2 = \left[b + \frac{c}{a}\right] \alpha \phi_2 + c\phi_2 \quad \Rightarrow \quad \phi_2 = \frac{-1/(1+c)}{\left\{1 + \frac{\alpha}{(1+c)}\left[b + \frac{c}{a}\right]\right\}} \tag{67}$$

$$-\phi_0 = \left[b + \frac{c}{a}\right] y^p \quad \Rightarrow \quad \phi_0 = -\left[b + \frac{c}{a}\right] y^p \tag{68}$$

Logo,

$$p_t = -\left[b + \frac{c}{a}\right] y^p + m_{t-1} - \frac{1/(1+c)}{\left\{1 + \frac{\alpha}{(1+c)}\left[b + \frac{c}{a}\right]\right\}} w_t + \frac{1}{\left\{1 + \frac{\alpha}{(1+c)}\left[b + \frac{c}{a}\right]\right\}} \varepsilon_t \tag{69}$$

Note que,

$$E_{t-1}[p_t] = -\left[b + \frac{c}{a}\right] y^p + m_{t-1} \tag{70}$$

Logo, aplicando (69) e (70) na equação (4), temos que:

$$y_t = y^p + \alpha \left[\frac{1}{\left\{1 + \frac{\alpha}{(1+c)}\left[b + \frac{c}{a}\right]\right\}} \left(\varepsilon_t - \frac{1}{1+c}\omega_t \right) \right] \tag{71}$$

Logo, o hiato do produto, i.e., o desvio do produto de equilíbrio em relação ao seu nível potencial, é função apenas dos choques ε_t e w_t.