(c) Suponha agora $\sigma = 1$ $\Rightarrow A = \begin{pmatrix} 1+\frac{k}{\beta} & \alpha - \frac{1}{\beta} \\ -\frac{k}{\beta} & \frac{1}{\beta} \end{pmatrix}$

Para encontrar os autovalores de A, precisamos obter primeiro o polinômio característico, uma vez que os autovalores são as raízes deste polinômio.

$$A v = \lambda v \Rightarrow \underbrace{(A - \lambda I) . v}_{} = 0$$

Isso é um sistema linear homogeneo. Para que ele tenha multiplas soluções, é preciso que:

$p(\lambda) = \det(A - \lambda . I) = 0 \Rightarrow$ Essa eq. gera o polinômio característico:

$$p(\lambda) = \begin{vmatrix} \left(1+\frac{k}{\beta}\right) - \lambda & \alpha - \frac{1}{\beta} \\ -\frac{k}{\beta} & \frac{1}{\beta} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow p(\lambda) = \left(1 + \frac{k}{\beta} - \lambda\right)\left(\frac{1}{\beta} - \lambda\right) + \frac{k}{\beta}\left(\alpha - \frac{1}{\beta}\right)$$

$$\Rightarrow p(\lambda) = \lambda^2 - \lambda\left(1 + \frac{k}{\beta} + \frac{1}{\beta}\right) + \frac{1}{\beta} + \cancel{\frac{k}{\beta^2}} + \frac{\alpha k}{\beta} - \cancel{\frac{k}{\beta^2}}$$

$$\Rightarrow p(\lambda) = \underbrace{1}_{a} . \lambda^2 - \lambda \underbrace{\left(1 + \frac{k}{\beta} + \frac{1}{\beta}\right)}_{b} + \underbrace{\frac{1}{\beta}(1 + \alpha . k)}_{c}$$

As raízes do polinômio $p(\lambda)$ devem atender às condições:

- $\lambda_1 + \lambda_2 = -\frac{b}{a} = 1 + \frac{k}{\beta} + \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{k+1}{\beta}$
- $\lambda_1 . \lambda_2 = \frac{c}{a} = 1 . \frac{(1 + \alpha k)}{\beta}$

- Se $\alpha = 1 \Rightarrow \lambda_1 . \lambda_2 = 1 . \frac{(1+k)}{\beta}$ e $\lambda_1 + \lambda_2 = 1 + \frac{1+k}{\beta}$

$\Rightarrow \lambda_1 = 1$ e $\lambda_2 = \frac{1+k}{\beta} > 1$, pois $\beta \in (0,1)$ e $k > 0$

- Se $\alpha > 1 \Rightarrow \lambda_2^* > \lambda_1^* > 1 \Rightarrow$ A possui dois autovalores maiores do que 1 em módulo, Assim, o sistema terá solução unica e estável.