Mestrado em Finanças e Economia Empresarial
Microeconomia - 7^a Lista de Exercícios
Prof.: Carlos Eugênio
Monitor:Fernando Luz Barbosa
(fernando.luz@outlook.com)

1^a Questão Aspectos Conceituais em Escolha sob Incerteza

(a) Defina e dê exemplo de uma loteria simples e de uma loteria composta.

(b) Enuncie os 4 axiomas para as preferências do consumidor em um contexto de escolha sob incerteza. (Lembre que agora o indivíduo escolhe loterias).

(c) Qual a implicação do resultado do item anterior sobre o formato das curvas de indiferença deste consumidor?

Solução:

a)Loteria simples:$L_1 = (x, y, p)$, isto é, no estado 1 o agente recebe x e isto ocorre com probabilidade p. No estado 2, o agente recebe y e isto ocorre com probabilidade $(1 - p)$.

Loteria composta:$L_2 = (x, L_1, q)$.

Uma loteria composta é uma loteria na qual um dos resultados é outra loteria.

b)Axiomas:

(A.1)Os indivíduos ordenam suas preferências sobre loterias reduzidas.

(A.2)Existe uma relação de preferências sob loterias que é transitiva e completa, ou seja, racional.

(A.3)A relação de preferências é contínua.

(A.4)(Independência das alternativas irrelevantes)Se (x, y, p) e (x, z, p) são 2 loterias. Temos que $y \succeq z \iff (x, y, p) \succeq (x, z, p)$

c) Defina o conceito de Utilidade Esperada como:

$U((x, y, p)) = pu(x) + (1 - p)u(y)$

Pelos axiomas acima enunciados, temos que o comportamento do consumidor sob loterias pode ser descrito pela maximização da utilidade esperada quando o agente joga a loteria.

2^a Questão Considere a afirmativa a seguir e responda verdadeiro ou falso justificando: "Um consumidor neutro ao risco prefere não fazer seguro do seu automóvel porque o valor esperado em caso de perda (roubo por exemplo) é menor que o valor do automóvel". Para justificar de forma precisa, considere:

$$\begin{aligned} w_0 &= \text{riqueza inicial do indivíduo;} \\ D &= \text{valor do automóvel;} \\ \pi &= \text{probabilidade de ser assaltado;} \\ q &= \text{prêmio de risco (preço do seguro/unid monetária);} \\ \alpha &= \text{valor monetário assegurado} \end{aligned}$$

Solução:

Falso.Se o indivíduo for neutro ao risco e o seguro for atuarialmente justo($\pi = q$), então o indivíduo ficará indiferente entre fazer ou não o seguro.

Note que:

$U(W_{SemSeguro}) = \pi(w_0 - D) + (1 - \pi)w_0 = w_0 - \pi D$

$U(W_{ComSeguro}) = w_0 - qD$

Logo, se $q = \pi$, então $U(W_{SemSeguro}) = U(W_{ComSeguro})$. Além disso, se $q > \pi$, então $U(W_{SemSeguro}) > U(W_{ComSeguro})$.

3^a Questão Severino economizou 10.000 reais e planeja gastar este dinheiro com uma viagem para Fernando de Noronha. A utilidade da viagem é uma função do logaritmo de seus gastos na referida ilha e é dada por $U = ln(gastos)$.Nesta viagem existe ainda uma probabilidade de 25% de que ele venha a perder 1.000 reais. Para evitar esse risco de perda, ela pode fazer um seguro pagando um prêmio de R$250. Responda (V) ou (F) e justifique:

(a) O prêmio cobrado é atuarialmente justo?

(b) Fazendo o seguro, a utilidade esperada da viagem será menor do que sem fazê-lo?

(c) O prêmio máximo que Severino deveria pagar é 240 francos.

(d) Sem seguro, a utilidade esperada da viagem é aproximadamente igual a 9.

Solução:

a)Para ser atuarialmente justo o preço cobrado deve ser igual a perda esperada.

Note que:$w = 10000, p = 0,25, D = 1000, qD = 250.$

$$\text{preço cobrado} = 250 = 0.25D + (1 - 0.25)0 = \text{perda esperada} \quad (1)$$

b)Falso. $u(w) = \ln(w) \Longrightarrow u''(w) = -\frac{1}{w^2} < 0 \Longrightarrow$indivíduo é avesso ao risco. Como o prêmio é justo, o indivíduo preferirá fazer o seguro.

c)Falso, já vimos que o indivíduo prefere pagar 250 pelo seguro. Para calcularmos o maior valor que o indivíduo está disposto a pagar pelo seguro, devemos resolver:

$$u(w - x) = pu(w - D) + (1 - p)u(w)$$

$$\Longrightarrow \ln(10000 - x) = 0,25 * \ln(9000) + 0,75 * \ln(10000)$$

$$\Longrightarrow 10000 - x = 9000^{1/4} * 10000^{3/4}$$

$$\Longrightarrow x = (10000^{1/4} - 9000^{1/4}) * 10000^{3/4} = (10 - 9,74) * 1000 = 260.$$

d)$U(w_{semseguro}) = pu(w-D)+(1-p)u(w) = u(w-x) = \ln(9740) = 9$. Verdadeiro.

4^a Questão Um indivíduo possui função utilidade esperada definida por $u(w) = \sqrt{w}$, onde w representa sua riqueza. Seja A uma loteria que paga $R\$36,00$ com probabilidade 1/6 e zero com probabilidade 5/6 e B outra loteria que paga $R\$100,00$ com probabilidade 0,01, $R\$25,00$ com probabilidade 0,2 e zero com probabilidade 0,79. Então, podemos afirmar:

a. Este indivíduo prefere a loteria B à Loteria A;

b. Este indivíduo é indiferente entre a loteria B e receber R$1,21 com certeza;

c. Um outro indivíduo com utilidade esperada $v(w) = 2\sqrt{w}+3$ é mais averso ao risco que o indivíduo acima.

Solução:

a)$U(L_A) = \frac{1}{6}\sqrt{36} + \frac{5}{6}\sqrt{0} = 1$

$U(L_B) = \frac{1}{100}\sqrt{100} + \frac{20}{100}\sqrt{25} + \frac{79}{100}\sqrt{0} = 1,1$

$U(L_B) > U(L_A)$. Verdadeiro.

b)$U(1,21) = \sqrt{1,21} = 1,1 = U(L_B)$.Verdadeiro.

c)Falso. $V(.) = \alpha + \beta U(.)$ possui a mesma relação de preferências com relação ao risco.

$V((x, y, p)) = \alpha + \beta U((x, y, p)) = \alpha + \beta(pu(x) + (1 - p)u(y)) = p(\alpha + \beta u(x)) + (1 - p)(\alpha + \beta u(y)) = pv(x) + (1 - p)v(y)$

Para notar que $U(.)$ e $V(.)$ representam as mesmas preferências com relação ao risco, note que:

$r_A = -\frac{u''(w)}{u'(w)} = -\frac{\beta u''(w)}{\beta u'(w)} = -\frac{v''(w)}{v'(w)}$

5^a Questão Para as funções utilidade abaixo calcule os coeficientes de aversão absoluta e relativa ao risco.

a. $u(x) = x^{1-\rho}, \rho \neq 1.$

b. $u(x) = -e^{-rx}$

Solução:

a)$u(x) = x^{1-\rho} \Longrightarrow u'(x) = (1-\rho)x^{-\rho}, u''(x) = -\rho(1-\rho)x^{-\rho-1} \Longrightarrow r_A = \rho x^{-1}, r_R = x r_A = \rho$

b)$u(x) = -e^{-rx} \Longrightarrow u'(x) = re^{-rx}, u''(x) = -r^2 e^{-rx} \Longrightarrow r_A = r, r_R = x r_A = xr$

6^a Questão Considere um indivíduo estritamente avesso ao risco que tem uma renda inicial W mas corre o risco de perda de D dólares. A probabilidade de perda é π. Uma "unidade de seguro" custa "q" dólares e paga 1 dólar se a perda ocorre. Se α unidades de seguro são compradas, a renda do indivíduo é $W - \alpha q$ se não há perda e $W - D - \alpha q + \alpha$ se há perda. Note que o problema do indivíduo é escolher o nível ótimo de α.

(a) Calcule a riqueza esperada do indivíduo caso o mesmo compre α unidades de seguro;

(b) Mostre que se o preço do seguro for atuarialmente justo o indivíduo se assegurará completamente.

Solução:

a)$E(W_{seguro}) = \pi(W - D - \alpha q + \alpha) + (1-\pi)(W - \alpha q)$

b)Problema do indivíduo:

$Max_\alpha \ \pi u(W - D - \alpha q + \alpha) + (1-\pi)u(W - \alpha q)$

CPO: $\pi u'(W - D + (1-q)\alpha^*)(1-q) - (1-\pi)u'(W - \alpha^* q)q = o$

$\Longrightarrow \frac{u'(W-D+(1-q)\alpha^*)}{u'(W-\alpha^* q)} = \frac{(1-\pi)}{\pi}\frac{q}{(1-q)}$

Se o seguro for atuarialmente justo($q = \pi$), temos

$u'(W - D + (1-q)\alpha^*) = u'(W - \alpha^* q)$

Como o indivíduo é avesso ao risco, temos $u''(.) < 0$. Ora, mas então sabemos que $u'()$ é uma função estritamente decrescente. Dessa forma, não podem existir dois pontos diferentes x e y tais que $u'(x) = u'(y)$. Segue que:

$W - D + (1-q)\alpha^* = W - \alpha^* q \Longrightarrow \alpha^* = D.$

7^a Questão Considere um indivíduo com função utilidade Bernoulli $u(w) = \sqrt{w}$, onde w é sua riqueza. Este indivíduo possui \$50.000 em ativos sem risco e uma casa localizada em uma área onde a probabilidade de enchente é 1%. Uma enchente faria com que sua residência, que é avaliada em \$200.000, passasse a valer apenas \$40.000. Pede-se:

(a) Calcule a utilidade esperada deste indivíduo.

(b) Calcule o equivalente de certeza deste indivíduo.

(c) Suponha que existe um seguro contra fenômenos da natureza (enchente) que custa \$1 por \$100 segurado. Portanto, para cada unidade monetária de seguro comprada o indivíduo recebe \$100 caso ocorra enchente. Resolva o problema do indivíduo para escolha da quantidade ótima de seguro a ser comprada.

(d) Podemos afirmar que o indivíduo se assegurará completamente?Justifique.

Solução:

a)Note que: $w = 50000 + 200000 = 250000, D = 200000 - 40000 = 160000, p = 0,01$

$U(w) = pu(w - D) + (1 - p)u(w) = 0,01\sqrt{90000} + 0,99\sqrt{250000} = 0,01(300) + 0,99(500) = 3 + 495 = 498$

b)x é tal que resolve:

$u(x) = pu(w - D) + (1 - p)u(w) \Longrightarrow \sqrt{x} = 498 \Longrightarrow x = 248004$

c) e d)prêmio do seguro:$q = 0,01 = p$. Logo, o seguro é atuarialmente justo.

$u(w) = \sqrt{w} \Longrightarrow u''(w) = -\frac{1}{4}w^{3/2} < 0 \Longrightarrow$indivíduo é avesso ao risco.

Conforme demonstrado na questão 6-b), quando o seguro é atuarialmente justo e o indivíduo é avesso ao risco, temos que ele vai escolher se segurar completamente, ie, escolher $\alpha^* = D = 160000$.