Mestrado em Finanças e Economia Empresarial
Microeconomia - 3^a Lista de Exercícios
Prof.: Carlos Eugênio

Monitor:Fernando Luz Barbosa
(fernando.luz@outlook.com)

1^a Questão Considere um agente com preferências

$$u(x_1, x_2) \equiv \log x_1 + 0,5 \log x_2$$

Sejam os preços $p_1 = R\$10,00$, $p_2 = R\$5,00$. Suponha que a renda do agente seja $R\$300,00$.

(a) Quanto será consumido de cada bem?

(b) Qual a utilidade (máxima) alcançada?

(c) Suponha que em um determinado momento os preços dos bens e a renda sejam duplicados. Quanto será consumido de cada bem neste novo instante? A que se deve este resultado? Este resultado é válido para qualquer função utilidade?

Solução:
a) O consumidor resolve:

$$\underset{x_1,x_2}{Max} \log x_1 + 0,5 \log x_2$$

$$s.a. \qquad 10x_1 + 5x_2 \leq y$$

Das C.P.O teremos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x_1} &= \lambda.10 \\ \frac{0,5}{x_2} &= \lambda.5 \end{aligned}$$

Logo, no ótimo $x_1 = x_2$.
Pela R.O.: $x_1 = x_2 = 20$
b)

$$\begin{aligned} v(\overrightarrow{p}, y) &= \log(20) + 0,5 \log(20) \\ &\Rightarrow 2,9957 + 1,4957 \approx 4,5 \end{aligned}$$

c) Lembrar homogeneidade de grau zero da função demanda marshalliana. Nada é modificado. O aluno deve ter em mente o porquê da homogeneidade de grau zero. Note que a restrição orçamentária não se altera quando preços e renda são multiplicados por 2. Dessa forma, o consumidor estará resolvendo exatamente o mesmo problema de maximização de utilidade, consequentemente o resultado é válido para qualquer função utilidade. Tente visualizar graficamente o problema do consumidor.

2^a Questão Agora considere que um outro agente possui preferências do tipo Leontief conforme a seguinte função utilidade:

$$u\left(x_1, x_2\right) = \min\{2x_1, 3x_2\}$$

Construa e resolva o problema do consumidor, considerando $p_1 = R\$1,00$, $p_2 = R\$4,00$ e supondo que a renda do agente seja $R\$110,00$, ou seja, para estes dados responda quanto será consumido de cada bem e qual a utilidade alcançada.

Solução:
a) Note que o máximo desta função utilidade será quando

$$2x_1 = 3x_2 \Rightarrow x_1 = \frac{3}{2}x_2$$

Na R.O. temos então:

$$p_1\frac{3}{2}x_2 + p_2x_2 = y \Rightarrow x_2(\frac{3p_{1+}2p_2}{2}) = y \Rightarrow x_2 = \frac{2y}{3p_{1+}2p_2}$$

Analogamente,

$$x_1 = \frac{3y}{3p_{1+}2p_2}$$

$$x\left(\mathbf{p}, y\right) = \left(\frac{3y}{3p_{1+}2p_2}\ ;\ \frac{2y}{3p_{1+}2p_2}\right)$$

$$x_1 = \frac{3*110}{3*1+2*4} = \frac{330}{11} = 30;$$

$$x_2 = \frac{2*110}{11} = 20.$$

A utilidade será 60.

3^a Questão Considere a utilidade indireta:

$$\begin{aligned} v(\overrightarrow{p}, y) &= y(p_1^r + p_2^r)^{-\frac{1}{r}} \\ \text{onde } r &= \frac{\rho}{\rho - 1} \end{aligned}$$

Pede-se:

a. Ache as demandas marshallianas.

b. Ache a função gasto e as demandas hicksianas.

Solução:
a) Aplicando a Identidade de Roy teremos:

$$x_i(\mathbf{p}, y) = -\frac{\partial v(\mathbf{p}, y)/\partial p_i}{\partial v(\mathbf{p}, y)/\partial y}$$

$$\frac{\partial v}{\partial y}(\mathbf{p}, y) = (p_1^r + p_2^r)^{-\frac{1}{r}}$$

$$\frac{\partial v}{\partial p_1}(\mathbf{p}, y) = -\frac{1}{r} y (p_1^r + p_2^r)^{-\frac{1}{r}-1} r.p_1^{r-1} = -y(p_1^r + p_2^r)^{-\frac{1}{r}-1} p_1^{r-1}$$

$$x_1(\mathbf{p}, y) = \frac{y p_1^{r-1}}{(p_1^r + p_2^r)}$$

$$x_2(\mathbf{p}, y) = \frac{y p_2^{r-1}}{(p_1^r + p_2^r)}$$

b) Sabemos que:

$$\begin{aligned} v(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, \overline{u})) &= \overline{u} \text{ , mas} \\ v(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, \overline{u})) &= e(\mathbf{p}, \overline{u})(p_1^r + p_2^r)^{-\frac{1}{r}}, \text{ logo,} \\ e(\mathbf{p}, \overline{u})(p_1^r + p_2^r)^{-\frac{1}{r}} &= \overline{u} \\ &\Rightarrow e(\mathbf{p}, \overline{u}) = [p_1^r + p_2^r]^{\frac{1}{r}} \overline{u} \end{aligned}$$

Pelo Lema de Shephard:

$$x_i^h(\mathbf{p}, u) = \frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i}$$

Portanto,

$$\begin{aligned} x_1^h(\mathbf{p}, u) &= \frac{1}{r} u (p_1^r + p_2^r)^{\frac{1}{r}-1} .r p_1^{r-1} \\ &\Rightarrow x_1^h(\mathbf{p}, u) = u p_1^{r-1} (p_1^r + p_2^r)^{\frac{1}{r}-1} \end{aligned}$$

$$x_2^h(\mathbf{p}, u) = u p_2^{r-1} (p_1^r + p_2^r)^{\frac{1}{r}-1}$$

4^a Questão Suponha que as preferências determinada pessoa por viagens e aulas de piano possam ser representadas pela função utilidade abaixo:

$$u(v, p) = 100v + p^3$$

(a) Note que teremos problemas em aplicar o método do Lagrangeano para resolver o problema deste consumidor. Porque? Argumente que apenas um dos bens será consumido na solução do problema do consumidor (dica: observe o formato da função utilidade).

(b) Suponha que cada viagem custe R\$200 enquanto cada aula de piano custe R\$50. A estes preços, existe alguma renda para a qual um destes bens é inferior?

Solução:

a) De fato, u é convexa e, portanto, as condições de primeira ordem (resultantes da derivação do Lagrangeano) não caracterizam um ponto de máximo. Note que nesse caso cestas "extremas" serão preferidas a cestas diversificadas. Isso ocorre, pois quanto mais aulas de piano (p) o agente consome, maior a utilidade marginal de p. Em outras palavras, quanto maior o consumo de aulas de piano, mais o agente valoriza aprender a tocar piano.

Note que, partindo de $u(0,0) = 0$, um aumento em uma unidade no consumo de p resulta em uma utilidade de $u(0,1) = 1$, ou seja, a utilidade aumentou em uma unidade. Agora repita o processo, dessa vez partindo de $u(0,1)$. Note que $u(0,2) = 8$, um aumento de 7 unidades na utilidade auferida. Da mesma forma, $u(0,3) = 27$.

b) Se o consumidor gasta toda a sua renda em viagens, então $v = \frac{w}{200}$. Se ele gasta toda a renda em aulas de piano, então $v = \frac{w}{50}$. Então, ele gastará toda sua renda em viagens se

$$u\left(\frac{w}{200}, 0\right) > u\left(0, \frac{w}{50}\right) \iff \frac{w}{2} > \left(\frac{w}{50}\right)^3 \iff w < 250.$$

Analogamente, o consumidor gastará toda sua renda em aulas de piano se $w > 250$. Logo, para $w = 250$, o consumo de viagens se reduz com um aumento na renda. Portanto, viagens é um bem inferior para $w = 250$.