Mestrado em Finanças e Economia Empresarial
Microeconomia - 2^a Lista de Exercícios
Prof.: Carlos Eugênio

Monitor:Fernando Barbosa
(fernando.luz@outlook.com)

1^a Questão Responda Verdadeiro, Falso ou Depende, justificando sua resposta:

a. Para um pobre todos os bens são necessidades, ou seja, suas elasticidades renda da demanda são sempre menores que 1. Dica: responda com base na agregação de Engel, obtida a partir da restrição orçamentária do consumidor.

R.

Falso. Sendo η^i a elasticidade-renda do bem i e ϖ^i a participação deste bem na renda do indivíduo, sabemos, pela agregação de Engel que:

$$\sum_{i=1}^{n} \eta^i \varpi^i = 1$$

Portanto, se para um determinado bem $j \;\; \eta^i < 1$, então tem que haver pelo menos um bem k tal que $\eta^k > 1$.

b. Um bem inferior é um bem de Giffen, mas um bem de Giffen pode não ser um bem inferior. (adicionalmente, entenda o processo de derivação da equação de Slutsky).

R. Falso. É exatamente o contrário, todo bem de Giffen é um bem inferior. Entretanto nem todo bem inferior é de Giffen. Relacionando a equação de Slutsy temos que: se o efeito renda superar o efeito substituição, o bem inferior será um bem de Giffen.

Bem de Giffen = É um bem inferior cuja demanda aumenta quando preço aumenta.

Bem inferior = demanda cai quando *renda* aumenta

Deixando a formalidade de lado, vamos pensar num exemplo simples que dê uma idéia do que é um bem de Giffen. João todo dia passa na padaria e compra um lanche da tarde para a sua família. A lista de compras normalmente inclui pão, bolo, requeijão, croissant, iogurte, queijo, presunto e salgadinhos. Entretanto, com a recente alta do dólar o preço do trigo (que é importado pelo Brasil) disparou. Supondo que João separa 50 reais por dia para gastar com o lanche, e que ele não está disposto a aumentar esse gasto, o aumento do preço do pão faz com que esses 50 reais não consigam matar a fome da família. Para não aumentar o gasto total, João tem optado por comprar menos croissants, bolos e etc. Ou seja, corta-se os itens mais caros da lista e isso libera renda para comprar mais pão (que é barato e enche a barriga de todo mundo). Nesse exemplo hipotético o pão é um bem de Giffen.

c. Se a oferta de trabalho (que equivale à demanda por lazer) cai com o aumento do salário é porque o lazer é um bem de Giffen.

R. Falso. Via equação de Slutsky temos que:

$$\frac{\partial l}{\partial w} = \frac{\partial l}{\partial w}|_{u=\overline{u}} - \frac{\partial l}{\partial y}(l - \overline{L})$$

O principal ponto que o aluno deve ter na cabeça é o seguinte. Quando o salário aumenta, o preço do lazer aumenta, entretanto, existe um efeito dotação. Ou seja, o agente ficou mais rico pois sua hora de trabalho agora vale mais. Se definirmos como bem de Giffen um bem inferior cuja demanda aumenta quando o preço aumenta, a afirmativa é claramente falsa. Note que pela equação de Slutsky temos que a demanda por lazer só pode aumentar com um aumento no salário se o lazer for um bem normal. Da mesma forma, a oferta de trabalho só pode diminuir com um aumento do salário se o lazer for um bem normal. Portanto, neste caso o lazer é um bem normal, logo, não pode ser um bem de Giffen.

2^a Questão (*Oferta de trabalho com comparação social*) Considere um indivíduo com preferências sobre consumo e trabalho. A característica particular deste problema é que a utilidade do bem de consumo "c" depende de um nível de referência S que pode ser interpretado como o consumo médio da sociedade.

A função utilidade é dada por:

$$u(c, l, S) = (c - S)l$$

onde $S > 0$ e l é a quantidade de lazer.

O preço do bem de consumo é p.

Pede-se:

(a) Considere o problema da escolha ótima da oferta de trabalho por um dia. O indivíduo possui uma dotação de 24 horas que pode ser alocada em trabalho $(24 - l)$ e lazer (l). O salário hora (w) é a única fonte de renda do indivíduo. Escreva a restrição orçamentária do indivíduo como função de "c" e" "l". Explique o motivo pelo qual, neste caso, podemos supor que a restrição vale com igualdade.

(b) Escreva o problema de maximização da utilidade do trabalhador com relação a "c" e "l". Suponha que a restrição é válida com igualdade, monte o lagrangeano e resolva o problema do trabalhador.

Solução:

a)Entenda como se o indivíduo comprasse bens (c) e lazer (l), ou seja, sua restrição será:

$$\begin{aligned} pc &\leq (24 - l)w \\ &\Rightarrow pc + wl \leq 24w \end{aligned}$$

Suponha que no ponto ótimo essa restrição não vale como igualdade. Nesse caso é possível aumentar o consumo c sem modificar a demanda por lazer l. Ora, mas a função utilidade é crescente em c. Então eu acabei de falar que partindo do ponto ótimo eu consigo escolher outra cesta de consumo (c, l) que aufere utilidade maior que o ótimo e que obedece a restrição orçamentária. Contradição com a definição de ponto ótimo !

b)

O lagrangeano será:

$$L(c, l, \lambda) = (c - S)l + \lambda(24w - pc - wl)$$

cujas C.P.O serão:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial C} &= 0 \Rightarrow l = \lambda p \\
\frac{\partial L}{\partial l} &= 0 \Rightarrow (c - S) = \lambda w \\
\frac{\partial L}{\partial \lambda} &= 0 \Rightarrow pc + wl = 24w
\end{aligned}$$

Resolvendo teremos que:

$$\begin{aligned}
c^* &= \frac{12w}{p} + \frac{S}{2} \\
l^* &= 12 - \frac{pS}{2w}
\end{aligned}$$

3^a Questão (*Utilidade Stone-Geary*) Suponha que um determinado indivíduo ordena suas escolhas de acordo com a seguinte função utilidade:

$$u(x) = \prod_{i=1}^{n} (x_i - a_i)^{b_i}$$

onde $b_i \geq 0$ e $\sum b_i = 1$. $a_i \geq 0$ pode ser interpretado como o nível de subsistência para os respectivos bens $(x_i' s)$. Definindo p_i como o preço de cada bem "i", resolva o problema deste consumidor.

Solução:

Sabemos que o problema do consumidor é equivalente ao seguinte problema. (por uma transformação monótona crescente da função utilidade).

$$\begin{aligned}
Max \quad & \sum b_i ln(x_i - a_i) \\
s.t & \sum p_i x_i = y
\end{aligned}$$

onde a restrição orçamentária vale como igualdade pois a utilidade atende a propriedade de monotonicidade das preferências.

Monte o Lagrangeano, calcule as CPOs e você terá que:

$$\frac{b_i}{p_i\,(x_i - a_i)} = \frac{b_k}{p_k\,(x_k - a_k)}$$

aplicando somatório em "i", teremos:

$$\begin{aligned}
p_i(x_i - a_i)b_k &= p_k(x_k - a_k)b_i \\
\sum_i p_i(x_i - a_i)b_k &= p_k(x_k - a_k)\sum_i b_i \\
b_k \sum_i p_i(x_i - a_i) &= p_k(x_k - a_k)\ 1 \\
x_k = a_k + &\frac{b_k}{p_k}\left[y - \sum_{i=1}^{n} p_i a_i\right]
\end{aligned}$$

Onde na última linha usamos que a restrição orçamentária vale como igualdade (por isso apareceu o y na equação).

4^a Questão Suponha que um indivíduo viva por dois períodos. Há um único bem na economia, x o qual é vendido por preço unitário nos dois períodos. O indivíduo possui dotações w_1 e w_2, respectivamente. Há um mercado de crédito, através do qual é possível transferir ativos de um período para outro. A taxa de juros é $r > 0$. O consumidor deseja maximizar

$$u(x_1) + \beta u(x_2), \qquad 0 < \beta < 1$$

A função utilidade é estritamente crescente.

a. Suponha que os indivíduos tenham restrição ao crédito, de modo que sua poupança no primeiro primeiro não possa ser negativa. Encontre o impacto marginal de um aumento na taxa de juros? O que você poderá afirmar sobre seu sinal?

b. Responda o item anterior supondo agora que os indivíduos não sofram restrição ao crédito e sejam devedores.

Solução:

a) Nesse caso, o problema do consumidor terá duas restrições.

$$w_1 \geq x_1$$

$$x_1(1 + r) + x_2 \leq w_1(1 + r) + w_2$$

A primeira restrição significa que a poupança no primeiro período não pode ser negativa. A segunda restrição é a usual, ou seja, o consumidor não pode consumir mais do que sua dotação/renda. Lembre que receber 100 reais há 10 anos atrás é diferente de receber 100 reais hoje. Isso ocorre não só pelo efeito da inflação, mas também porque aquele dinheiro poderia ter sido investido (custo de oportunidade). No modelo não há inflação, os preços não mudam, mas o custo de oportunidade está presente, daí a presença do $(1+r)$ na equação.

Observe que o Kuhn-Tucker do problema é dado por:

$$L = u(x_1) + \beta u(x_2) + \lambda[w_1(1+r) + w_2 - x_1(1+r) - x_2] + \mu[w_1 - x_1]$$

Como λ é não negativo (se tiver dúvidas dê uma olhada no capítulo 3 das notas de aula), segue que:

$$\frac{\partial L}{\partial r} = \lambda[w_1 - x_1] \geq 0$$

Então, pelo teorema do envelope segue que um aumento na taxa de juros beneficiaria esses consumidores.

b) Nesse caso, nota-se que

$$\frac{\partial L}{\partial r} \gtreqless 0 \Leftrightarrow [w_1 - x_1] \gtreqless 0$$

Isto é, os devedores piorarão e os credores melhorarão.

5^a Questão (*Escolha Intertemporal*) Um indivíduo tem preferências entre consumo presente e consumo futuro representáveis pela função:

$$U(x_1, x_2) \equiv \log(x_1) + \log(x_2)$$

onde x_1 é o consumo presente e x_2 é o consumo futuro. Supondo que o agente tenha renda em cada um dos períodos dada por $\overline{x}_1$ e $\overline{x}_2$ e que a taxa de juros seja r pede-se: (note que é um problema de 2 períodos)

a. Escreva a restrição orçamentária do agente;

b. Encontre x_1 e x_2 e a poupança ótima como função de $\overline{x}_1, \overline{x}_2$ e r.

c. Suponha que $\overline{x}_2 = 0$. Qual o efeito de uma elevação dos juros sobre x_1, x_2 e sobre a poupança (s)?

R.

<u>Solução:</u>

<u>Restrição Orçamentária:</u>

Em $t = 1$:

$$x_1 + s = \overline{x}_1$$

Em $t = 2$:

$$x_2 = (1+r)s + \overline{x}_2$$

Daí teremos que:

$$x_1 + \frac{x_2}{1+r} = \overline{x}_1 + \frac{\overline{x}_2}{1+r}$$

b) Para resolver o problema, pode ser mais simples se fizermos via escolha da poupança ótima:

$$\begin{aligned} x_1 &= \overline{x}_1 - s \\ x_2 &= (1+r)s + \overline{x}_2 \end{aligned}$$

De forma que o indivíduo resolve:

$$\underset{s}{Max} U(s) \equiv \log(\overline{x}_1 - s) + \log((1+r)s + \overline{x}_2)$$

Das condições de 1^a ordem teremos:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\overline{x}_1 - s} &= \frac{1+r}{(1+r)s + \overline{x}_2} \\ &\Rightarrow (1+r)s + \overline{x}_2 = (1+r)(\overline{x}_1 - s) \\ &\Rightarrow 2(1+r)s + \overline{x}_2 = (1+r)\overline{x}_1 \\ &\Rightarrow s = \frac{\overline{x}_1}{2} - \frac{\overline{x}_2}{2(1+r)} \end{aligned}$$

Daí é simples encontrar x_1 e x_2.;

$$\begin{aligned} x_1 &= \overline{x}_1 - \left(\frac{\overline{x}_1}{2} - \frac{\overline{x}_2}{2(1+r)} \right) \\ &\Rightarrow x_1 = \frac{\overline{x}_1}{2} + \frac{\overline{x}_2}{2(1+r)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 &= (1+r)\left(\frac{\overline{x}_1}{2} - \frac{\overline{x}_2}{2(1+r)} \right) + \overline{x}_2 \\ &\Rightarrow x_2 = \frac{(1+r)\overline{x}_1}{2} + \frac{\overline{x}_2}{2} \end{aligned}$$

c)Se $\overline{x}_2 = 0$

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{\overline{x}_1}{2} \\ x_2 &= \frac{(1+r)\overline{x}_1}{2} \\ s &= \frac{\overline{x}_1}{2} \end{aligned}$$

Logo, se o indivíduo não recebe renda no segundo período, uma elevação dos juros afetará positivamente o consumo em $t = 2$, não tendo qualquer efeito sobre a poupança ou sobre o consumo no primeiro período.

6^a Questão (Minimização de Gastos) Considere um consumidor com a seguinte função utilidade:

$$u(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{\beta} \qquad \alpha, \beta > 0$$

Supondo que os preços dos bens são p_1 e p_2, resolva o problema de minimização de gastos deste consumidor, encontrando a respectiva função despesa.

Solução:

O problema do consumidor é:

$$\underset{x_1, x_2}{Min}\ p_1 x_1 + p_2 x_2$$

$$s.a. \quad x_1^{\alpha} x_2^{\beta} \geq u$$

O lagrangeano do problema é:

$$L = p_1 x_1 + p_2 x_2 + \lambda[u - x_1^{\alpha} x_2^{\beta}]$$

As condições de Primeira ordem são:

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = 0 \Rightarrow \lambda \alpha x_1^{\alpha - 1} x_2^{\beta} = p_1$$
$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = 0 \Rightarrow \lambda \beta x_1^{\alpha} x_2^{\beta - 1} = p_2$$

Consequentemente:

$$\frac{\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{\beta}}{\beta x_1^{\alpha} x_2^{\beta-1}} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow \frac{\alpha x_2}{\beta x_1} = \frac{p_1}{p_2} \Rightarrow x_1 = \frac{\alpha p_2 x_2}{\beta p_1}$$

Substituindo o resultado na função utilidade teremos:

$$x_1^h = u^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\alpha p_2}{\beta p_1}\right)^{\frac{\beta}{\alpha+\beta}}$$

$$x_2^h = u^{\frac{1}{\alpha+\beta}} \left(\frac{\beta p_1}{\alpha p_2}\right)^{\frac{\alpha}{\alpha+\beta}}$$

$$e(p, u) = p_1 x_1^h + p_2 x_2^h$$

7^a Questão Derive a função utilidade direta do consumidor se sua função utilidade indireta possui a forma:

$$v(\mathbf{p}, y) = y p_1^{\alpha} p_2^{\beta}$$

para α e β negativos.

Solução:

Seja $y = 1$ e fixe $\overline{x}$,uma cesta qualquer, tal que $p_1\overline{x}_1 + p_2\overline{x}_2 \leq 1$. Quero saber qual a utilidade auferida pelo agente quando ele consome a cesta $\overline{x}$. Note que $v(p, 1) \geq u(\overline{x})$. Ou seja, para qualquer vetor de preços onde o consumidor tem dinheiro o suficiente para consumir $\overline{x}$ caso deseje; a utilidade indireta dado p não pode ser menor que $u(\overline{x})$. A intuição é a seguinte, a função utilidade indireta pressupõe que o agente faz o melhor uso dos recursos possível, como $\overline{x}$ é factível, se ele não é escolhido é porque existe uma outra cesta factível, x^*, pelo menos tão boa quanto ela. Nesse caso $v(p, 1) = u(x^*) \geq u(\overline{x})$ Por outro lado, se $\overline{x}$ é a escolha ótima do agente, então $u(\overline{x}) = v(p, 1)$. Daí concluímos que $v(p, 1) \geq u(\overline{x})$.

Ora, mas então o Problema é dado por:

$$
\begin{array}{rrcl}
 & U(x) & = & \min_{p_1,p_2} V(\mathbf{p}, 1) \\
s.a. & p_1x_1 + p_2x_2 & = & 1 \\
 & C.P.O & : & \dfrac{\alpha p_1^{\alpha-1}p_2^{\beta}}{\beta p_1^{\alpha}p_2^{\beta-1}} = \dfrac{x_1}{x_2} \\
\text{De onde temos:} & & & U(x) = x_1^{-\alpha}x_2^{-\beta}(\dfrac{\alpha}{\alpha+\beta})^{\alpha}(\dfrac{\beta}{\alpha+\beta})^{\beta}
\end{array}
$$