MFEE MICROECONOMIA 2014

PROF. CARLOS EUGÊNIO

MONITORA: CAROL INOUE DICK

RESOLUÇÃO P2

(4)

$\gamma_1 = (1,1)$

$\gamma_2 = (4,2)$

portfolio : $a\gamma_1 + b\gamma_2$

a) Para achar o preço da put, o payoff esperado dela deve ser igual ao payoff esperado do portfolio, considerando que não há arbitragem:

$$
\begin{array}{lcccccc}
S_1: & a.1 & + & b.4 & = & \max(3-4;0) & = 0 \\
S_2: & a.1 & + & b.2 & = & \max(3-2;0) & = 1 \\
 & \text{RENDA FIXA} & & \text{ATIVO ARRISCADO} & & \text{OPÇÃO DE VENDA} &
\end{array}
$$

$$
\Rightarrow \quad
\begin{array}{l}
a + 4b = 0 \\
a + 2b = 1 \\
\hline
4b - 2b = -1 \Rightarrow b = -\dfrac{1}{2}
\end{array}
$$

$a = 2$

achados a e b, é possível calcular o preço do portfolio, que deve ser o mesmo preço da put:

$$p = ap_1 + bp_2 = 2.1 - \frac{1}{2}.3 = \frac{1}{2}$$

$\therefore$ O preço da opção é 0,5.

b) Pela ótica do agente neutro ao risco, o retorno esperado do ativo arriscado, da opção de venda e da renda fixa devem ser iguais entre si, de forma que:

Retorno do ativo arriscado = Retorno renda fixa

$$\frac{\pi . 4 + (1-\pi)\ 2}{3} = \frac{1}{1} \Rightarrow \pi = \frac{1}{2}$$, onde π = probabilidade neutra ao risco.

Retorno da put = Retorno renda fixa

$$\frac{\pi . 0 + (1-\pi) . 1}{p} = \frac{1}{1} \Rightarrow p = (1-\pi) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

∴ O preço de equilíbrio é o mesmo do de não-arbitragem $\left(p = \frac{1}{2}\right)$.

(5) 2 agentes, 1 bem X (consumo) em 2 estados: $pX_1^i + x_2^i = p\overline{X}_1^i + \overline{x}_2^i$ (R.O.)

a) $\mathcal{L} = \pi \ln x_1^i + (1-\pi) \ln x_2^i - \lambda (pX_1^i + x_2^i - p\overline{X}_1^i - \overline{x}_2^i)$, onde p = preço do consumo no estado 1 (preço do consumo no estado 2 = 1)

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_1^i} = \pi . \frac{1}{x_1^i} - \lambda p = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{\pi}{p . x_1^i}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial x_2^i} = (1-\pi)\frac{1}{x_2^i} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = (1-\pi)\cdot\frac{1}{x_2^i}$$

$$\frac{\pi}{p \cdot x_1^i} = \frac{(1-\pi)}{x_2^i} \Rightarrow x_1^i = \frac{\pi \; x_2^i}{(1-\pi)\, p}$$

Substituindo na RO.:

$$\cancel{p} \cdot \frac{\pi x_2^i}{(1-\pi)\cdot\cancel{p}} + x_2^i = p\overline{x_1^i} + \overline{x_2^i} \Rightarrow x_2^i\left(1 + \frac{\pi}{(1-\pi)}\right) = p\overline{x_1^i} + \overline{x_2^i}$$

$$x_2^i = (1-\pi)\left(p\cdot\overline{x_1^i} + \overline{x_2^i}\right)$$

$$x_1^i = \frac{\pi}{(1-\pi)\,p}\cdot(1-\pi)\left(p\overline{x_1^i} + \overline{x_2^i}\right) = \frac{\pi}{p}\cdot\left(p\overline{x_1^i} + \overline{x_2^i}\right)$$

b) A partir da equação de x_1^i:

consumo = dotação

$$x_1^1 + x_1^2 = \frac{\pi}{p}\left(p\overline{x_1^1} + \overline{x_2^1}\right) + \frac{\pi}{p}\left(p\overline{x_1^2} + \overline{x_2^2}\right)$$

$$\overline{x_1^1} + \overline{x_1^2} = \frac{\pi}{p}\left(p\left(\overline{x_1^1} + \overline{x_1^2}\right) + \overline{x_2^1} + \overline{x_2^2}\right)$$

$$\overline{x_1^1} + \overline{x_1^2} = \pi\left(\overline{x_1^1} + \overline{x_1^2}\right) + \frac{\pi}{p}\left(\overline{x_2^1} + \overline{x_2^2}\right)$$

$$\frac{\pi}{p}\left(\overline{x_2^1} + \overline{x_2^2}\right) = (1-\pi)\left(\overline{x_1^1} + \overline{x_1^2}\right) \Rightarrow p = \frac{\pi}{(1-\pi)}\cdot\frac{\left(\overline{x_2^1} + \overline{x_2^2}\right)}{\left(\overline{x_1^1} + \overline{x_1^2}\right)}$$

∴ O vetor de preços de equilíbrio é dado por:

$$\left(\frac{\pi}{(1-\pi)} \frac{(\bar{x}_2^1 + \bar{x}_2^2)}{(\bar{x}_1^1 + \bar{x}_1^2)} ; 1 \right)$$

(*) Notem que estamos falando de preços relativos e que as ~~mercadorias~~ têm seus preços representados pelos preços de x_1 e x_2 justamente porque representam o consumo em cada estado da natureza.

c) $$\frac{\partial p}{\partial \pi} = \frac{\bar{x}_2^1 + \bar{x}_2^2}{(1-\pi)(\bar{x}_1^1 + \bar{x}_1^2)} \geq 0 \quad \text{C.Q.D}$$

$$\frac{\partial p}{\partial(\bar{x}_1^1 + \bar{x}_1^2)} = -\frac{\pi}{(1-\pi)} \frac{(\bar{x}_2^1 + \bar{x}_2^2)}{(\bar{x}_1^1 + \bar{x}_1^2)^2} \leq 0 \quad \text{C.Q.D.}$$