Microeconomia: Equilíbrio

Carlos Eugênio

October 26, 2015

Equilíbrio Parcial e Geral

Equilíbrio Parcial

Alteramos as condições de mercado de alguns bens, mas mantemos os preços dos demais bens e rendas individuais constantes. É o que chamamos de o estudo do equilíbrio parcial.

Essa é uma boa aproximação em muitos casos, em que os efeitos de feed-back são desprezíveis. Em outros esses efeitos estão longe de serem desprezíveis.

Equilíbrio Geral

Quando levamos em conta os ajustes em todos os mercados, estamos estudando a questão do equilíbrio geral.

Economia de Trocas: Ambiente

- Dois agentes, e dois bens.
- A economia de troca é então completamente caracterizada pelas preferências e pelas dotações iniciais dos dois agentes.
- Cada agente, j possui uma *dotação inicial* de cada bem de $\bar{\boldsymbol{x}}^j \equiv (\bar{x}_1^j, \bar{x}_2^j)$.

- Uma *alocação* é um vetor $(\boldsymbol{x}^1, \boldsymbol{x}^2)$, onde $\boldsymbol{x}^j = (x_1^j, x_2^j)$.
- Os recursos totais de uma economia de trocas nada mais são do que a soma das dotações iniciais de todos os agentes: $\bar{\boldsymbol{x}} \equiv \sum_{j=1,2} \bar{\boldsymbol{x}}^j$.
- Como essa é uma economia de trocas, i.e., sem produção, então uma alocação é *viável* se e só se

$$\sum_{j=1,2} \boldsymbol{x}^j \leq \sum_{j=1,2} \bar{\boldsymbol{x}}^j. \tag{1}$$

A Caixa de Edgeworth

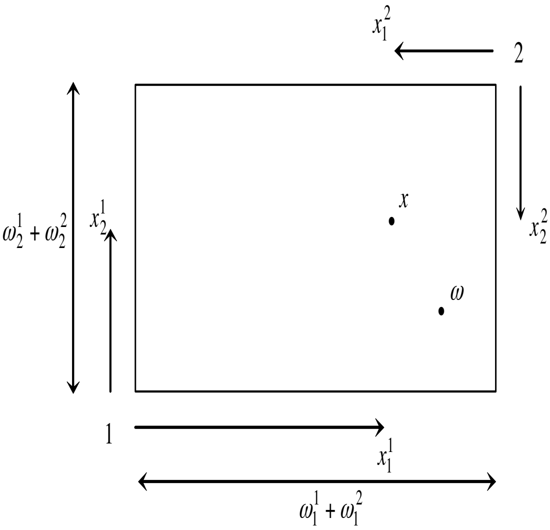

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Admitiamos que o vetor de preços dessa economia seja $\boldsymbol{p}$.

O problema de otimização do agente j é

$$\max_{\boldsymbol{x}} u^j(\boldsymbol{x})$$
$$\text{s.t. } \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^j$$

Isso define, de um lado, a demanda Marshalliana $\boldsymbol{x}^j\left(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^j\right)$ e de outro a chamada *demanda excedente* (ou demanda líquida)

$$\boldsymbol{z}^j(\boldsymbol{p}) \equiv \boldsymbol{x}^j\left(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^j\right) - \bar{\boldsymbol{x}}^j.$$

Preferências e Demanda

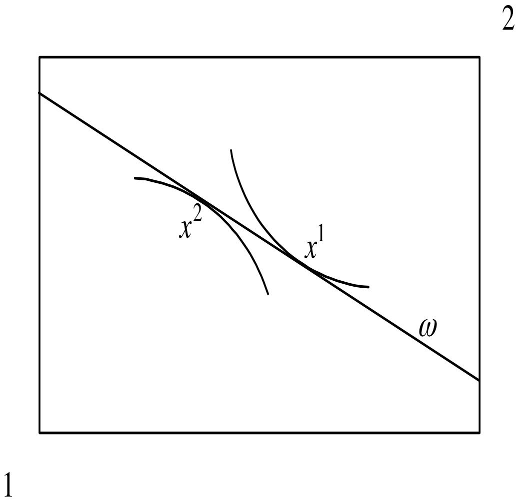

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Mudanças nos preços relativos

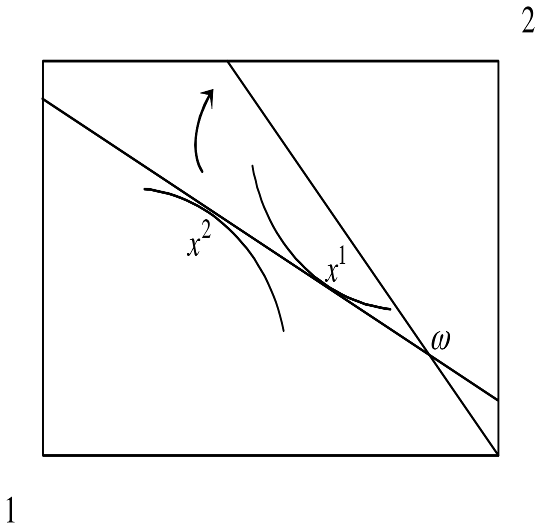

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Definição de Equilíbrio: Economia de Trocas

Equilíbrio: Economia de Trocas

Uma alocação $\{\boldsymbol{x}_i^*\}_i$ e um vetor de preços $\boldsymbol{p}$ consituem-se em um equilíbrio de uma economia de trocas $\{\succsim_i, \bar{\boldsymbol{x}}_i\}$ se

1. Para todo i, $\boldsymbol{x}_i^*$ for máximo para $\succsim_i$ dada a restrição $\boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}_i \geq \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x}_i$
2. $\sum_i \boldsymbol{x}_i^* \leq \sum_i \bar{\boldsymbol{x}}_i$

Equilíbrio

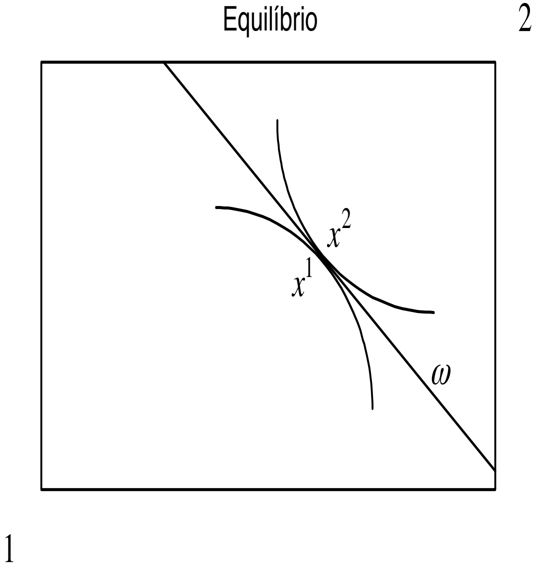

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

- Viabilidade corresponde a

$$\begin{aligned} \sum_{j=1,2} \left(\boldsymbol{x}^j - \bar{\boldsymbol{x}}^j\right) &\leq \mathbf{0}, \text{ ou} \\ \sum_{j=1,2} \boldsymbol{z}^j \left(\boldsymbol{p}\right) &\leq \mathbf{0} \end{aligned}$$

- A *demanda excedente agregada* nada mais é do que

$$\boldsymbol{z}\left(\boldsymbol{p}\right) \equiv \sum_{j=1,2} \boldsymbol{z}^j \left(\boldsymbol{p}\right)$$

- Portanto poderemos escrever a viabilidade como $\boldsymbol{z}\left(\boldsymbol{p}\right) \leq \mathbf{0}$.

- Viabilidade corresponde a

$$\begin{aligned} \sum_{j=1,2} \left(\boldsymbol{x}^j - \bar{\boldsymbol{x}}^j\right) &\leq \mathbf{0}, \text{ ou} \\ \sum_{j=1,2} \boldsymbol{z}^j\left(\boldsymbol{p}\right) &\leq \mathbf{0} \end{aligned}$$

- A *demanda excedente agregada* nada mais é do que

$$\boldsymbol{z}\left(\boldsymbol{p}\right) \equiv \sum_{j=1,2} \boldsymbol{z}^j\left(\boldsymbol{p}\right)$$

- Portanto poderemos escrever a viabilidade como $\boldsymbol{z}\left(\boldsymbol{p}\right) \leq \mathbf{0}$.

Quais as propriedades de $\boldsymbol{z}\left(\mathbf{p}\right)$?

Propriedades de $\mathbf{z}(\mathbf{p})$

1. Continuidade: $\boldsymbol{z}(\boldsymbol{p})$ é contínua em $\boldsymbol{p}$.
2. Homogeneidade: $\boldsymbol{z}(\lambda \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}) \quad \forall \lambda > 0$.
3. Lei de Walras: $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z}(\boldsymbol{p}) = 0$.

A lei de Walras diz que a demanda excedente agregada tem valor 0 para qualquer vetor de preços positivos.

- Note que é o valor da demanda agregada (um escalar), não a demanda agregada em si (um vetor)
- Decorre do fato de que, quando as preferências são estritamente monotônicas, a restrição orçamentária de todos os agentes pode ser escrita como uma igualdade.

Neste caso, para todos os agentes,

$$\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z}^j(\boldsymbol{p}) = \sum_{i=1,2} p_i \left(x_i^j(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^j) - \bar{x}_i^j \right) = 0.$$

Logo,

$$\sum_{j=1,2} \sum_{i=1,2} p_i \left(x_i^j(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^j) - \bar{x}_i^j \right) = 0$$

Como a ordem da soma é irrelevante,

$$
\begin{aligned}
\sum_{i=1,2} \sum_{j=1,2} p_i \left(x_i^j \left(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^j \right) - \bar{x}_i^j \right) &= 0 \\
\sum_{i=1,2} p_i \underbrace{\left[\sum_{j=1,2} \left(x_i^j \left(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^j \right) - \bar{x}_i^j \right) \right]}_{z_i(\boldsymbol{p})} &= 0
\end{aligned}
$$

Donde,

$$\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{z} \left(\boldsymbol{p} \right) = 0$$

Com dois mercados, uma conseqüência importante da Lei de Walras é que

$$p_1 z_1 (\boldsymbol{p}) = -p_2 z_2 (\boldsymbol{p})$$

ou seja, se um mercado está com excesso de demanda, $z_i (\boldsymbol{p}) > 0$, ou outro está com excesso de oferta $z_{-i} (\boldsymbol{p}) < 0$.
Mais geralmente,

$$p_i z_i (\boldsymbol{p}) = -\sum_{j \neq i} p_j z_j (\boldsymbol{p})$$

Portanto se $n-1$ mercados estiverem em equilíbrio, $z_j(\boldsymbol{p}) = 0 \forall j \neq i$, então o n-ésimo também estará, $z_i = 0$

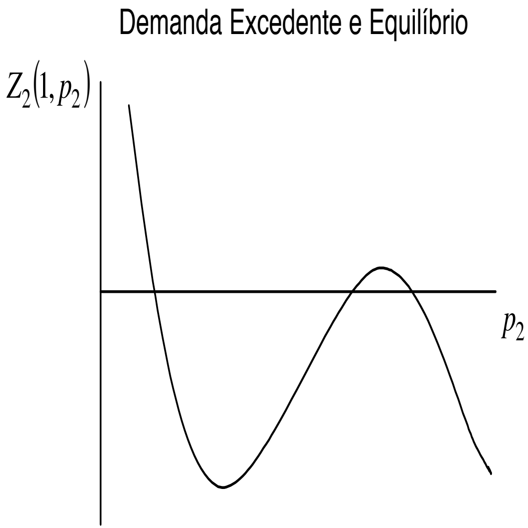

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Eqilíbrio e Eficiência

Uma alocação $\hat{\boldsymbol{x}}$ é dita eficiente no sentido de Pareto se não existir uma forma de melhorar uma pessoa sem piorar outra.

1o Teorema *Considere uma economia de trocas* $\left(u^i, \bar{\boldsymbol{x}}^i\right)_{i=1,2}$*, onde* u^i *é contínua e estritamente crescente para todo* i*. Então todo equilíbrio walrasiano é Pareto eficiente.*

2o Teorema *Considere uma economia de trocas* $\left(u^i, \bar{\boldsymbol{x}}^i\right)_{i=1,2}$*, onde* u^i *é contínua, estritamente crescente e estritamente côncava para todo* i*. Então, se* $\boldsymbol{x}^*$ *é uma alocação eficiente,* $\boldsymbol{x}^*$ *é a alocação correspondente ao equilíbrio Walrasiano da economia* $\left(u^i, \boldsymbol{x}^{*i}\right)_{i=1,2}$*- i.e., a economia cuja dotação inicial é* $\bar{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{x}^*$.

Uma alocação eficiente resolve o problema:

$$\max u^1(\boldsymbol{x}^1)$$

s.a.,

$$u^2(\boldsymbol{x}^2) \geq \bar{u}^2$$

$$\boldsymbol{x}^1 + \boldsymbol{x}^2 \geq \bar{\boldsymbol{x}}$$

O Primeiro Teorema

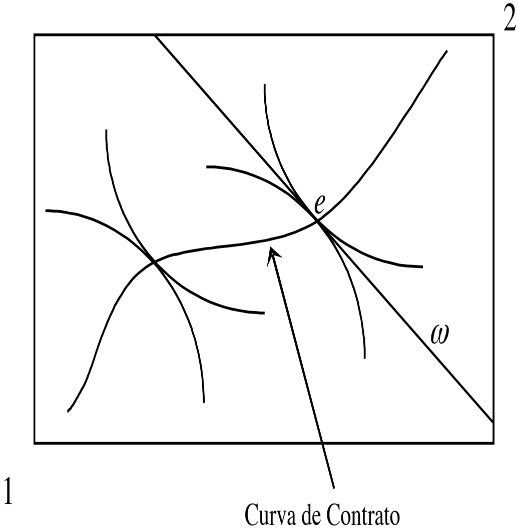

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Eficiência de Pareto

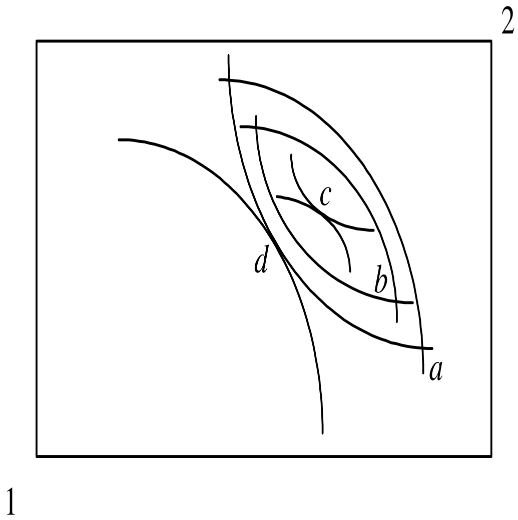

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

O Segundo Teorema

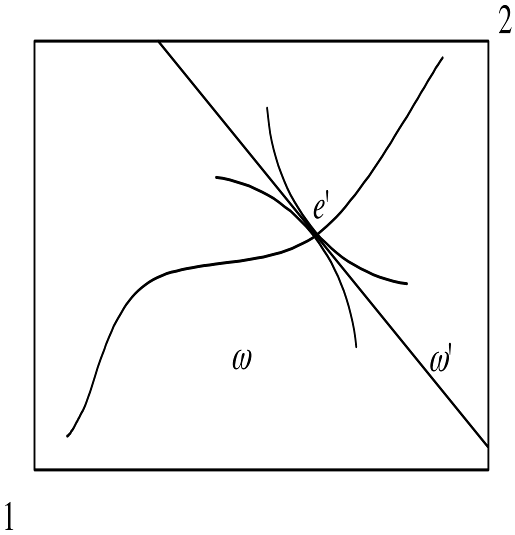

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Transferências de Dotações

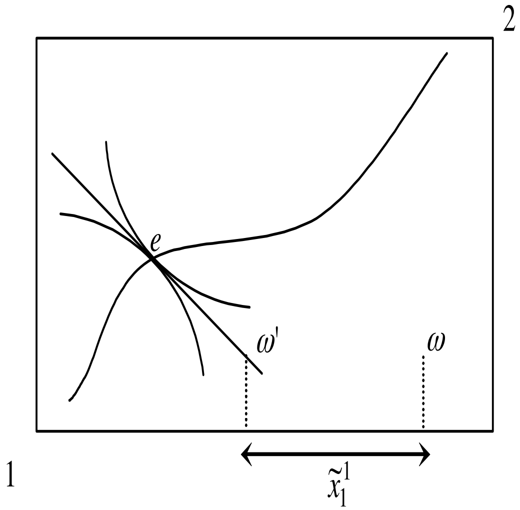

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Ambiente com Produção

Firmas Indexadas por $f = 1, ..., m.$ e caracterizadas por uma tecnologia representada por $\mathbb{Y}^f$. Firmas são tomadoras de preços e maximizadoras de lucro.

Consumidores Indexados por h $(h = 1, ...H)$ e caracterizados por suas preferências $\succsim^h$ racionais e contínuas, portanto representáveis por função utilidade $u^h(\cdot)$, suas dotações iniciais $\bar{\boldsymbol{x}}^h \in \mathbb{R}^n_+$ e suas participações acionárias nas firmas $\boldsymbol{\theta}^h \in [0, 1]^F$.

Ambiente de Transações Economia competitiva: agentes tomam preços como dado, ou seja, não acreditam que suas ações possam afetar os preços de mercado. Domicílios e firmas agem de forma independente e somente se relacionam via sistema de preços. Inexistem externalidades e bens públicos.

Uma alocação é uma lista $\left(\{\boldsymbol{x}^h\}_{h=1}^{H}, \{\boldsymbol{y}^f\}_{f=1}^{n}\right)$, em que, para todo h, $\boldsymbol{x}^h \in \mathbb{X}^h$ é um vetor de consumos para o agente h e para todo f, $\boldsymbol{y}^f \in \mathbb{Y}^f$ é um vetor de produções da firma f.

Uma alocação $\left(\{\boldsymbol{x}^h\}_{h=1}^{H}, \{\boldsymbol{y}^f\}_{f=1}^{n}\right)$ é dita factível se $\sum_h \boldsymbol{x}^h \leq \sum_h \bar{\boldsymbol{x}}^h + \sum_f \boldsymbol{y}^f$.

Um conjunto de produção típico

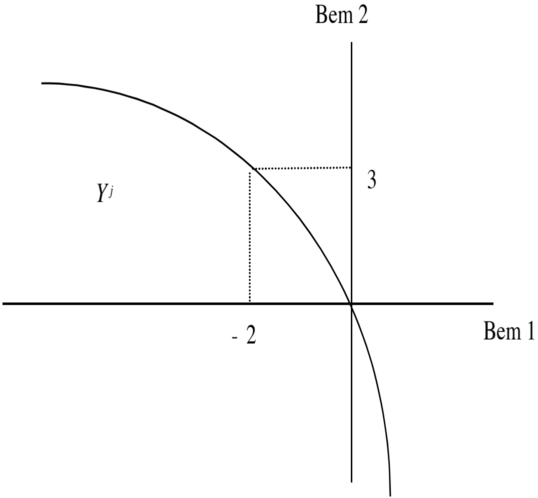

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Firmas

Lucro das firmas, $\pi^f(\boldsymbol{p})$, dado por

$$\max_{\boldsymbol{y} \in \mathbb{Y}^f} \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{y}.$$

A solução do problema da firma f é a função oferta $\boldsymbol{y}^f(\boldsymbol{p})$ [naturalmente $\pi^f(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{y}^f(\boldsymbol{p})$].

Maximização de Lucro

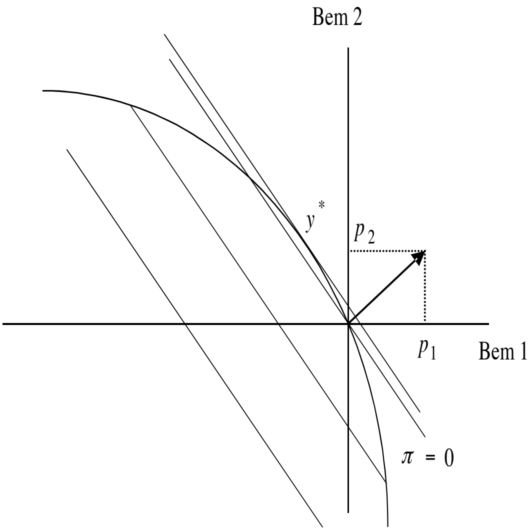

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Consumidores

Indexados por $h = 1, ..., H$, são caracterizados por:

1. Um conjunto de consumo $\mathbb{X}^h$;
2. Uma função utilidade $u^h : \mathbb{X}^h \to \mathbb{R}$ que representa preferências definidas sobre o conjunto $\mathbb{X}^h$;
3. Uma dotação inicial $\bar{\boldsymbol{x}}^h$; e
4. Um vetor de participações nos lucros das firmas $\theta^h \equiv (\theta_1^h, \theta_2^h, ..., \theta_m^h)$. Pela definição de participação acionária que usamos, para todo f, $\sum_h \theta_f^h = 1$.

Escolhas ótimas dos consumidores

$$\max_{\boldsymbol{x}} u^h(\boldsymbol{x})$$
$$\text{s.a. } \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p})$$

onde $\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p})$ tem por entradas os lucros das firmas, $\pi^f(\boldsymbol{p})$,

- A solução do problema do consumidor h nos dá a demanda marshalliana $\tilde{\boldsymbol{x}}^h \left(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}\left(\boldsymbol{p}\right)\right)$.
- A renda individual I^h é dada por $\boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}\left(\boldsymbol{p}\right)$.
- Como $\bar{\boldsymbol{x}}$ e $\boldsymbol{\theta}^h$ são primitivos do problema temos que a renda individual é uma função de $\boldsymbol{p}$ somente.
- Podemos, então definir a demanda individual $\boldsymbol{x}^h\left(\boldsymbol{p}\right) \equiv \tilde{\boldsymbol{x}}\left(\boldsymbol{p}, \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}\left(\boldsymbol{p}\right)\right)$.

Maximização de Utilidade

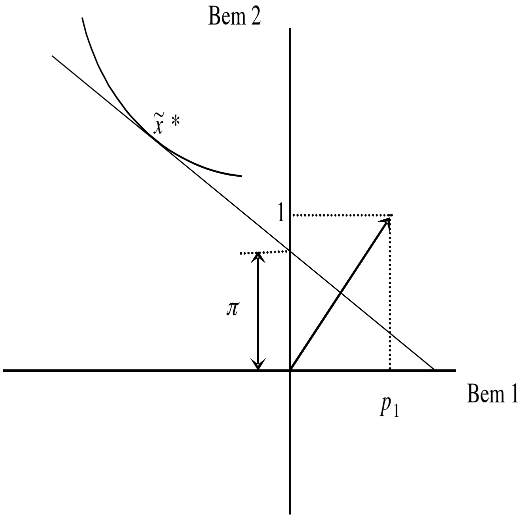

Figure: *Fonte: Hindriks e Myles (2006)*

Definição de Equilíbrio

Dada uma economia de propriedade privada especificada por meio de

$$\left(\left\{\mathbb{X}^h, \succsim_h, \bar{\boldsymbol{x}}^h\right\}_{h=1}^{H}, \left\{\mathbb{Y}^f\right\}_{f=1}^{m}, \left\{\theta_1^h, .., \theta_m^h\right\}_{h=1}^{H}\right),$$

uma lista $\left(\hat{p}, \{\hat{\boldsymbol{x}}^h\}_{h=1}^{H}, \{\hat{\boldsymbol{y}}^f\}_{f=1}^{m}\right)$ é um equilíbrio competitivo se

Definição de Equilíbrio

Dada uma economia de propriedade privada especificada por meio de

$$\left(\left\{\mathbb{X}^h, \succsim_h, \bar{\boldsymbol{x}}^h\right\}_{h=1}^{H}, \left\{\mathbb{Y}^f\right\}_{f=1}^{m}, \left\{\theta_1^h, .., \theta_m^h\right\}_{h=1}^{H}\right),$$

uma lista $\left(\hat{p}, \{\hat{\boldsymbol{x}}^h\}_{h=1}^{H}, \{\hat{\boldsymbol{y}}^f\}_{f=1}^{m}\right)$ é um equilíbrio competitivo se

1. $\hat{\boldsymbol{x}}^h \in \mathbb{X}^h \ \forall h.$
2. $\hat{\boldsymbol{y}}^f \in \mathbb{Y}^f, \forall f;$

Definição de Equilíbrio

Dada uma economia de propriedade privada especificada por meio de

$$\left(\left\{\mathbb{X}^h, \succsim_h, \bar{\boldsymbol{x}}^h\right\}_{h=1}^H, \left\{\mathbb{Y}^f\right\}_{f=1}^m, \left\{\theta_1^h, .., \theta_m^h\right\}_{h=1}^H\right),$$

uma lista $\left(\hat{p}, \{\hat{\boldsymbol{x}}^h\}_{h=1}^H, \{\hat{\boldsymbol{y}}^f\}_{f=1}^m\right)$ é um equilíbrio competitivo se

1. $\hat{\boldsymbol{x}}^h \in \mathbb{X}^h \ \forall h.$
2. $\hat{\boldsymbol{y}}^f \in \mathbb{Y}^f, \forall f;$
3. $\sum_i \hat{p}_i \hat{x}_i^h \leq \sum_i \hat{p}_i \bar{x}_i^h + \sum_i \sum_f \theta_f^h \hat{p}_i \hat{y}_i^f, \forall h;$
4. Para todo h temos que $\hat{\boldsymbol{x}}^h \succsim_h \boldsymbol{x}^h$ para todo $\boldsymbol{x}^h \in \mathbb{X}^h$ tal que $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p});$

Definição de Equilíbrio

Dada uma economia de propriedade privada especificada por meio de

$$\left(\left\{\mathbb{X}^h, \succsim_h, \bar{\boldsymbol{x}}^h\right\}_{h=1}^{H}, \left\{\mathbb{Y}^f\right\}_{f=1}^{m}, \left\{\theta_1^h, .., \theta_m^h\right\}_{h=1}^{H}\right),$$

uma lista $\left(\hat{p}, \left\{\hat{\boldsymbol{x}}^h\right\}_{h=1}^{H}, \left\{\hat{\boldsymbol{y}}^f\right\}_{f=1}^{m}\right)$ é um equilíbrio competitivo se

1. $\hat{\boldsymbol{x}}^h \in \mathbb{X}^h \ \forall h.$
2. $\hat{\boldsymbol{y}}^f \in \mathbb{Y}^f, \forall f;$
3. $\sum_i \hat{p}_i \hat{x}_i^h \leq \sum_i \hat{p}_i \bar{x}_i^h + \sum_i \sum_f \theta_f^h \hat{p}_i \hat{y}_i^f, \forall h;$
4. Para todo h temos que $\hat{\boldsymbol{x}}^h \succsim_h \boldsymbol{x}^h$ para todo $\boldsymbol{x}^h \in \mathbb{X}^h$ tal que $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p});$
5. Para todo f temos que $\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \hat{\boldsymbol{y}}^f \geq \hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{y}$ para todo $\boldsymbol{y} \in \mathbb{Y}^f$; e

Definição de Equilíbrio

Dada uma economia de propriedade privada especificada por meio de

$$\left(\left\{\mathbb{X}^h, \succsim_h, \bar{\boldsymbol{x}}^h\right\}_{h=1}^{H}, \left\{\mathbb{Y}^f\right\}_{f=1}^{m}, \left\{\theta_1^h, .., \theta_m^h\right\}_{h=1}^{H}\right),$$

uma lista $\left(\hat{p}, \{\hat{\boldsymbol{x}}^h\}_{h=1}^H, \{\hat{\boldsymbol{y}}^f\}_{f=1}^m\right)$ é um equilíbrio competitivo se

1. $\hat{\boldsymbol{x}}^h \in \mathbb{X}^h \ \forall h.$
2. $\hat{\boldsymbol{y}}^f \in \mathbb{Y}^f, \forall f;$
3. $\sum_i \hat{p}_i \hat{x}_i^h \leq \sum_i \hat{p}_i \bar{x}_i^h + \sum_i \sum_f \theta_f^h \hat{p}_i \hat{y}_i^f, \forall h;$
4. Para todo h temos que $\hat{\boldsymbol{x}}^h \succsim_h \boldsymbol{x}^h$ para todo $\boldsymbol{x}^h \in \mathbb{X}^h$ tal que $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p});$
5. Para todo f temos que $\hat{\boldsymbol{p}} \cdot \hat{\boldsymbol{y}}^f \geq \hat{\boldsymbol{p}} \cdot \boldsymbol{y}$ para todo $\boldsymbol{y} \in \mathbb{Y}^f$; e
6. $\hat{\boldsymbol{X}} \leq \hat{\boldsymbol{Y}} + \bar{\boldsymbol{X}}$, onde $\hat{\boldsymbol{X}} = \sum_h \hat{\boldsymbol{x}}^h$, $\hat{\boldsymbol{Y}} = \sum_f \boldsymbol{y}^f$ e $\bar{\boldsymbol{X}} = \sum_h \bar{\boldsymbol{x}}^h$.

Demanda Agregada Como $\boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p})$ é uma função de $\boldsymbol{p}$, dados os primitivos da economia, podemos escrever a demanda agregada como $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{p}) = \sum_h \boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p})$.

Oferta Agregada A oferta total das firmas é dada por $\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{p}) = \sum_f \boldsymbol{y}^f(\boldsymbol{p})$. À oferta das firmas adicionamos a dotação inicial de recursos da economia $\bar{\boldsymbol{X}} = \sum_h \bar{\boldsymbol{x}}^h$ para definir a oferta agregada da economia $\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{p}) + \bar{\boldsymbol{X}}$.

Demanda Agregada Como $\boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p})$ é uma função de $\boldsymbol{p}$, dados os primitivos da economia, podemos escrever a demanda agregada como $\boldsymbol{X}(\boldsymbol{p}) = \sum_h \boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p})$.

Oferta Agregada A oferta total das firmas é dada por $\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{p}) = \sum_f \boldsymbol{y}^f(\boldsymbol{p})$. À oferta das firmas adicionamos a dotação inicial de recursos da economia $\bar{\boldsymbol{X}} = \sum_h \bar{\boldsymbol{x}}^h$ para definir a oferta agregada da economia $\boldsymbol{Y}(\boldsymbol{p}) + \bar{\boldsymbol{X}}$.

Demanda Excedente

$$\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{X}(\boldsymbol{p}) - \bar{\boldsymbol{X}} - \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{p}).$$

É natural definirmos equilíbrio como uma situação em que, para todo bem i, $Z_i(\boldsymbol{p}) \leq 0$, com $Z_i(\boldsymbol{p}) = 0$ para $p_i > 0$. Ou seja, um equilíbrio é uma situação em que;

1. a demanda é igual à oferta; ou,
2. a oferta é não inferior à demanda e o preço do bem é 0.

Desconsiderando a segunda possibilidade para facilitar o argumento, buscamos um vetor de preços $\boldsymbol{p}^*$ tal que $\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{p}^*) = \boldsymbol{0}$.

Somente preços relativos são relevantes nesta economia, o que quer dizer que se tem direito a uma normalização.

$\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{p})$ é homogênea de grau 0 em $\boldsymbol{p}$. Portanto $\boldsymbol{Z}(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{0}$ implica em $\boldsymbol{Z}(\alpha\boldsymbol{p}) = 0$ para todo $\alpha > 0$.

A identidade de Walras permite ver que somente $n-1$ equações são independentes.
Para todo domicílio h, vale

$$\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p}) \leq \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p})$$

Preferências não-saciadas localmente, implica que as restrições orçamentárias individuais são respeitadas como igualdade. A desigualdade acima torna-se $\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p}) = \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p})\ \forall h$.
Logo,

$$\begin{aligned}
\sum_h \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p}) &= \sum_h \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \sum_h \boldsymbol{\theta}^h \cdot \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{p}) \\
\sum_h \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{x}^h(\boldsymbol{p}) &= \sum_h \boldsymbol{p} \cdot \bar{\boldsymbol{x}}^h + \sum_f \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{y}^f(\boldsymbol{p}) \\
\boldsymbol{p} \cdot \left[\boldsymbol{X}(\boldsymbol{p}) - \bar{\boldsymbol{X}} - \boldsymbol{Y}(\boldsymbol{p})\right] &= \boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{Z}(\boldsymbol{p}) = 0.
\end{aligned}$$

Ou seja, $\sum_{i=1}^{n} p_i Z_i(\boldsymbol{p}) = 0$. Como conseqüência, só precisamos considerar o equilíbrio em $n-1$ mercados.