MFEE – FGV 2010
Finanças Internacionais

Teoria da Paridade da Taxa de Juros

Prof. Marcio Janot

Aula 7

Precificação de Mercados Futuros (1)

- Teorema de paridade do mercado à vista e de futuros
  - Duas formas equivalentes de se comprar um ativo para tê-lo no futuro:
    - Comprar hoje o ativo em um contrato futuro para data T.
    - Tomar um empréstimo hoje com vencimento em T e comprar o ativo no mercado à vista hoje e carregá-lo até o futuro.
  - Como ambas as formas resultarão num recebimento idêntico no futuro, tem que nos dar um preço equivalente hoje!!
  - Outra maneira de se chegar ao resultado: a taxa de retorno de investimento sem risco tem que ser a mesma.
    - Investe S reais na taxa livre de risco hoje e recebe $S^*(1+r_f)^{T-t/252}$ em T
    - Compra um ativo por S(t) hoje e já fecha a venda futura dele em T por um preço acordado hoje F(t,T).
    - A taxa de retorno de ambas as aplicações tem que ser a mesma! Logo, $F(t,T)/S(t) = (1+r_f)^{T-t/252}$

Demonstração do Resultado da Paridade

Estratégia A:	**Fluxos em t=0**	**Fluxos em T**
Compro um ativo hoje	$\mathbf{-S_o}$	$\mathbf{S_T}$

Estratégia B:	**Fluxos em t=0**	**Fluxos em T**
Compro futuro	0	$S_T - F_O$
Investe $F_O/(1+r_f)^T$ em renda fixa	$- F_O/(1+r_f)^T$	F_O
Total para B	$\mathbf{- F_O/ (1+r_f)^T}$	$\mathbf{S_T}$

• Uma vez que as estratégias resultam num mesmo fluxo de recebimento futuro, o preço inicial tem que ser o mesmo

$- F_O/(1+r_f)^T = -S_0$ assim, $F_O = (1+r_f)^T S_0$

Exemplo

- Suponha que o ouro esteja atualmente a venda por US$ 360,00 e que a estrutura a termo de taxas yield livres de risco é de:
  - 6% ao ano para 6 meses.
  - 7% ao ano para 12 meses.
- Qual será o preço do ouro futuro para entrega em 6 e 12 meses?
  - 6 meses: $360^*(1{,}06)^{6/12} = 370{,}64$
  - 1 ano: $360^*1{,}07 = 385{,}20$

Cotações de Futuros na BM&F

Índice Ibovespa à vista– cotação de fechamento em 16/09/09: 60.410

IBOVESPA (CONTRATO = COTAÇÃO A FUTURO X R$1,00; COTAÇÃO = PONTOS DO ÍNDICE)

Dados				Vol. +	Cotações −								Lim. +
Gráfico	Mercado	Vecto.	C/V		Preço Exerc.	Preço de Abertura	Preço Mínimo	Preço Máximo	Preço Médio	Último Preço	Últ.Of. Compra	Últ.Of. Venda	
	FUT	V09			0	59.895	59.750	60.950	60.400	60.770	60.770	60.780	
	FUT	Z09			0	60.800	60.800	61.300	61.113	61.300	0	0	
	FUT	J10			0	0	0	0	0	0	0	0	
	FUT	V10			0	0	0	0	0	0	0	0	
	FUT	Z10			0	0	0	0	0	0	0	0	

Dólar à vista – cotação de fechamento em 16/09/09: 1,800

DÓLAR COMERCIAL (CONTRATO = US$50.000,00; COTAÇÃO = R$/US$1.000,00)

Dados				Vol. +	Cotações −								Lim. +
Gráfico	Mercado	Vecto.	C/V		Preço Exerc.	Preço de Abertura	Preço Mínimo	Preço Máximo	Preço Médio	Último Preço	Últ.Of. Compra	Últ.Of. Venda	
	FUT	V09			0,000	1.798,000	1.795,500	1.809,500	1.802,508	1.804,500	1.804,500	1.806,500	
	FUT	X09			0,000	1.815,000	1.806,500	1.817,000	1.813,760	1.815,000	1.813,000	1.817,000	
	FUT	Z09			0,000	1.825,000	1.822,000	1.825,000	1.823,000	1.822,000	0,000	0,000	
	FUT	F10			0,000	1.835,000	1.835,000	1.835,000	1.835,000	1.835,000	0,000	0,000	
	FUT	G10			0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	

Taxas de rendimento com a paridade:

- Verifique se a paridade é satisfeita comparando os retornos obtidos (utilizando o último preço) com a estrutura a termo das taxas de juros:

Taxas anualizadas de retorno de comprar a mercadoria à vista e vendê-las no mercado futuro (Data da Análise: 16/09/2009)

Data Vencimento		Outubro/09	Novembro	Dezembro
Dias Corridos para o Vencimento		29(Bovespa) 15 (dólar)	46 (dólar)	92(Bov) 76 (dólar)
	Ibovespa Índice	7,65%	-	5,89%
	Dólar Futuro	6,18%	6,71%	5,92%

- Porque isso ocorre?
  - Porque os custos de carregamento são diferentes. No caso do dólar futuro durante o processo eu poderia aplicar a uma taxa de juros em dólar e no caso do Ibovespa, há recebimento de dividendos ao longo do caminho.

Precificação de Futuros (2): Ações com dividendos

- A idéia é incorporar o pagamento de dividendo à análise das taxas de retorno. A taxa de retorno advinda do preço de venda no futuro será menor para igualar a taxa de retorno do investimento (inclusive dividendos) com o retorno da taxa de juros pré-fixada no horizonte equivalente.

$$\frac{(F_0 + D)}{S_0} = (1 + R_f)$$

$$\frac{D}{S_0} = d \equiv dividend \ \ yield$$

$$F_0 = (1 + R_f - d)S_0$$

A escolha entre ativos domésticos e estrangeiros

Sob perfeita mobilidade de capitais, e supondo que só a moeda doméstica serve para liquidar transações no país, os detentores de ativos devem escolher entre dois tipos de aplicação em ativos de renda fixa (que rendem juros):

Título doméstico x Título estrangeiro

A escolha entre ativos domésticos e estrangeiros

- Suponha que você decida ter títulos do seu país que rendem i_t. Então, para cada real aplicado em títulos, você ganha $(1+i_{t+1})$.

- Se você decidir ter títulos no exterior, para comprar títulos americanos você precisa trocar seus reais por dólares. Para cada real, você recebe $1/E_t$ dólares. Seja i_t^* a taxa de juros americana. No ano seguinte, você espera receber $\frac{1}{E_t}(1+i_{t+1}^*)E_{t+1}^e$ reais para cada real investido.

A escolha entre ativos domésticos e estrangeiros

	Ano t		Ano t+1
Título do Brasil	R$1	→	$R\$1(1+i_t)$
Título dos EUA	R$1		$R\$1\left(\frac{1}{E_t}\right)(1+i_t^*)E_{t+1}^e$
	↓		↑
	$US\$1\left(\frac{1}{E_t}\right)$	→	$US\$1\left(\frac{1}{E_t}\right)(1+i_t^*)$

A escolha entre ativos domésticos e estrangeiros

Supondo a livre movimentação de capitais e indiferença entre ativos (de mesmo risco), em equilíbrio, se tanto o bônus doméstico quanto o bônus estrangeiro fazem parte da carteira, ambos devem ter o mesmo rendimento. Assim, pela lei de preço único vale a seguinte relação de (não) arbitragem:

$$1+i_t=(1/E_t)(1+i_t^*)E_{t+1}^e$$

Esta é a **condição de paridade *não coberta* das taxas de juros**.

Paridade descoberta da taxa de juros

Ao nos atermos somente à hipótese de que os investidores optam única e exclusivamente pelos bônus que têm taxas de juros mais altas, desconsideramos:

1. custos de transação;
2. risco (cambial, crédito etc., que é o que denominamos de hipótese de indiferença de ativos)

Paridade descoberta da taxa de juros

Vamos analisar detidamente a relação de paridade:

$1+i_t=(1+i_t^*)(1+(E_{t+1}^e- E_t)/E_t)$

Onde o último termo corresponderia a taxa esperada de depreciação da moeda doméstica.

Usando aproximação logarítmica:

$i_t \approx i_t^* + (E_{t+1}^e- E_t)/E_t$

Esta relação de arbitragem significa que a menos que os países estejam dispostos a tolerar grandes variações na taxa de câmbio, as taxas de juros dos países tendem a se mover em conjunto.

Precificação de Futuros (3): Demonstração da Paridade Coberta dos Juros

Estratégia A:	**Fluxos em t=0**	**Fluxos em T**
Compra dólar	$-S_o/(1+R_{us})^T$	S_T

Estratégia B:	**Fluxos em t=0**	**Fluxos em T**
Compra futuro de dólar	0	$S_T - F_O$
Investe $F_0/(1+r_{BR})^T$ em renda fixa	$- F_O/(1+R_{BR})^T$	F_O
Total para B	$- F_O/ (1+R_{BR})^T$	S_T

• Uma vez que as estratégias resultam num mesmo fluxo de recebimento futuro, o preço inicial tem que ser o mesmo

$$-F_O/(1+R_{BR})^T = -S_0/(1+R_{us})^T \quad \text{assim, } F_O = \left| \frac{1+R_{BR}}{1+R_{us}} \right|^T S_0$$

Arbitragem de Taxas de Juros

Com risco de crédito, temos:

$$\mathbf{(1+i_t) = (1+i_t^*)\,(1+\theta_t)\; f_t/s_t}$$

$$\mathbf{\ln(1+i_t) = \ln(1+i_t^*)+\ln(f_t/s_t)+\ln(1+\theta_t)}$$

$\theta_t \approx$ Risco-País

$\ln(f_t/s_t)$= Prêmio a Termo (*Forward Premium*)

Reagrupando os termos:

$$\mathbf{\ln(1+i_t) = \ln[(1+i_t^*).(1+\theta_t)]+\ln(f_t/s_t)}$$

$[(1+i_t^*).(1+\theta_t)-1]$ = Cupom Cambial

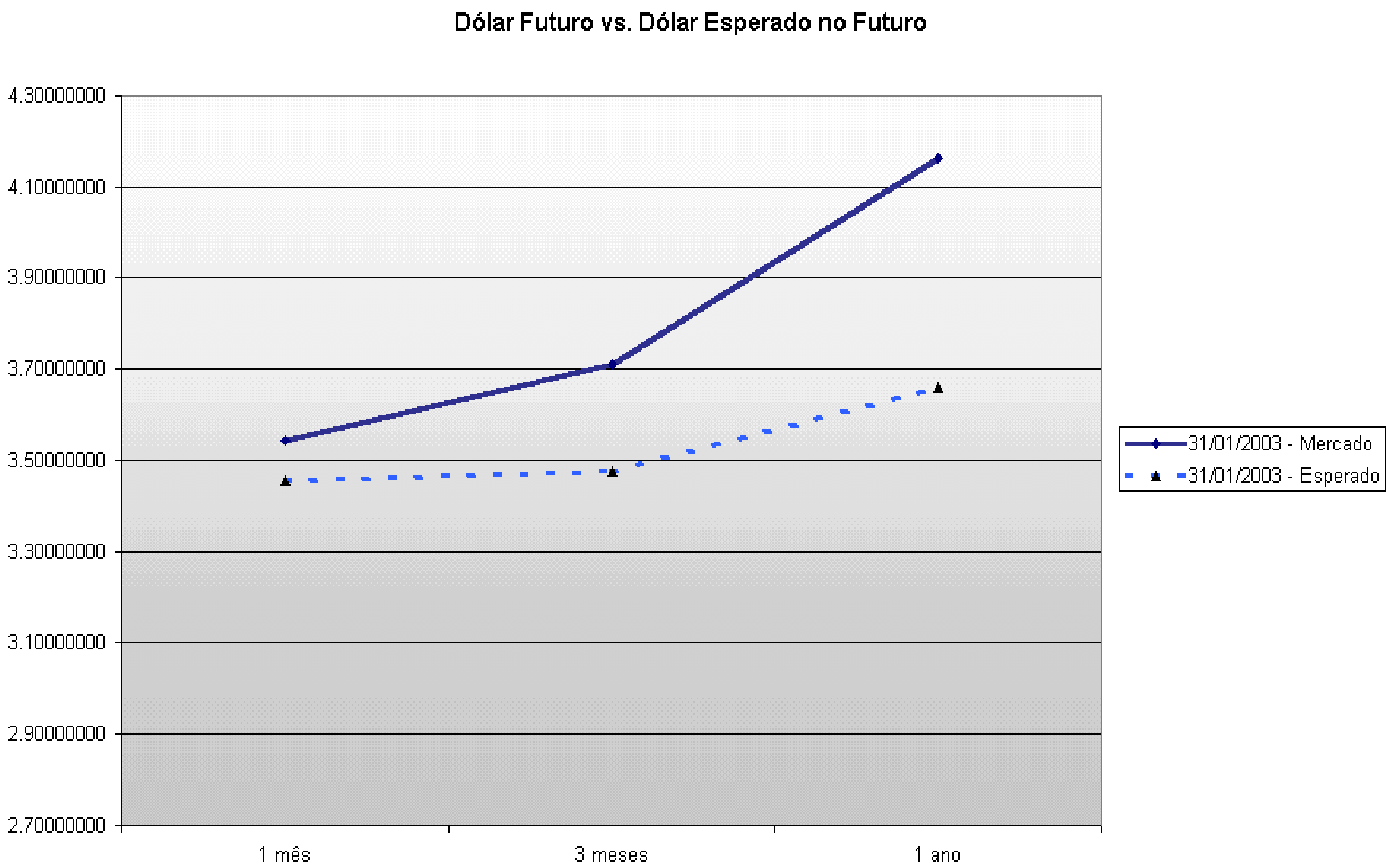
Principais Mercados de Derivativos Domésticos (BM&F: www.bmf.com.br)

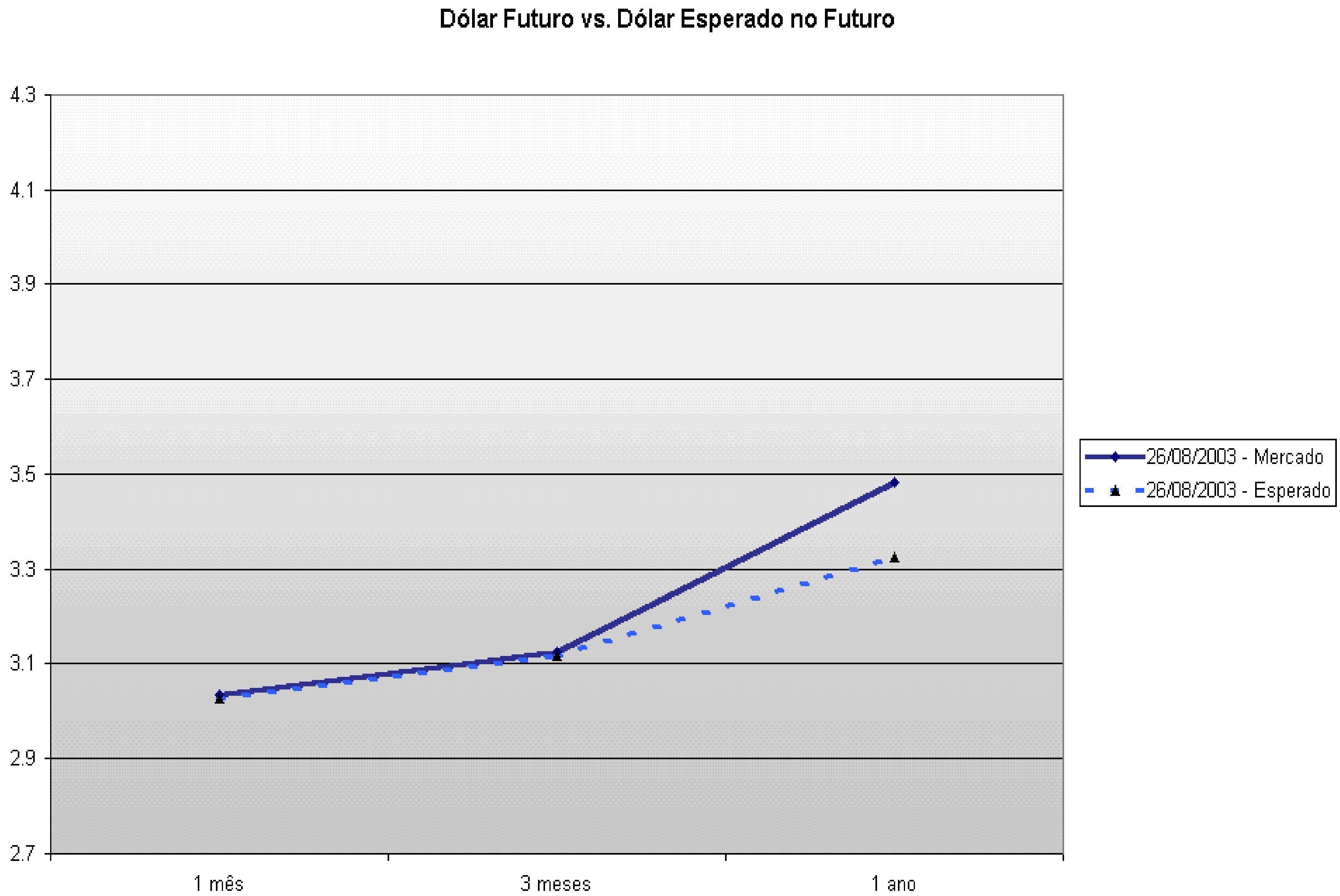
- **Mercado futuro de DI x Pré:** permite observar a taxa doméstica de juros;
- **Mercado futuro de dólar:** permite calcular o prêmio a termo (*forward premium*);
- **Mercado de *FRA* de cupom:** permite observar o cupom cambial.

Observação:

- O cupom cambial igualará (estará arbitrado com) a "diferença" entre a taxa do DI x Pré e o prêmio a termo (*forward premium*), segundo a equação:

$$\mathbf{(1+i_t) = (1+i_t^*)\,(1+\theta_t)\,f_t/s_t}$$


Dólar Futuro vs. Dólar Esperado no Futuro
4.30000000
4.10000000
3.90000000
3.70000000
3.50000000
3.30000000
3.10000000
2.90000000
2.70000000
1 mês
3 meses
1 ano
31/01/2003 - Mercado
31/01/2003 - Esperado


Dólar Futuro vs. Dólar Esperado no Futuro
4.3
4.1
3.9
3.7
3.5
3.3
3.1
2.9
2.7
1 mês
3 meses
1 ano
26/08/2003 - Mercado
26/08/2003 - Esperado