P2 - Competição Estratégica - Gabarito

Fernando A. de Barros Jr

Questão 1

(1) Falso, líder é exógena.

(2) Falso, diferenciação mínima

(3) Verdadeiro

(4) Falso. Contrário.

Questão 2

$$CT(q) = q\,CMe(q) = \frac{q^2}{2} + 120 + 10q$$

$$\Rightarrow CMg(q) = q + 10$$

$$\Rightarrow CMg(6) = 16$$

Sabemos que no monopólio.

$$RMg(q) = CMg(q) \Rightarrow P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = CMg(q)$$

Então,

$$P\left(1 - \frac{1}{|\varepsilon|}\right) = 16$$

$$P\left(1 - \frac{1}{\frac{3}{2}}\right) = 16 \Rightarrow P = 48$$

$$\pi = P \cdot q - CT(q) = 48 \times 6 - \left(\frac{1}{2}(6^2) + 120 + 60\right)$$

$$= 90$$

Questão 3 !

(a) Stackelberg.

Prob da firma (2)

$$\max_{q_2} \left\{ (28 - q_1 - q_2) \cdot q_2 - 4 q_2 \right\}$$

CPO: $28 - q_1 - 2q_2 - 4 = 0$

$$q_2 = 12 - \frac{q_1}{2}$$

Problema da firma(1)

$$\max_{q_1} \left\{ (28 - q_1 - q_2) q_1 - 4 q_1 \right\}$$

$$\text{s.a.} \quad q_2 = 12 - \frac{q_1}{2}$$

$$\Rightarrow \max_{q_1} \left\{ \left(28 - q_1 - \left(12 - \frac{q_1}{2}\right)\right) q_1 - 4 q_1 \right\}$$

$$\Rightarrow \max_{q_1} \left\{ \left(16 - \frac{q_1}{2}\right) q_1 - 4 q_1 \right\}$$

CPO: $16 - q_1 - 4 = 0$

$$q_1^s = 12$$

$$q_2^s = 12 - \frac{12}{2} = 6$$

$$\pi_1^s = (16 - 6) \cdot 12 - 4 \cdot 12 = 120 - 48 = 72.$$

$$\pi_2^s = (28 - 18) \cdot 6 - 4 \cdot 6 = 60 - 24 = 36$$

(b) Note que do problema da firma 2 temos que $q_2 = 12 - \frac{q_1}{2}$

$$\Rightarrow q_2 = 12 - \frac{\bar{q}_1}{2}$$

Então,

$$\pi_2(q_1, q_2) = \pi_2(\bar{q}_1, q_2(\bar{q}_1))$$

$$= \left(28 - \bar{q}_1 - \left(12 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)\right)\left(12 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right) - 4\left(12 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)$$

$$= \left(16 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)\left(12 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right) - 4\left(12 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)$$

$$= \left(12 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)^2$$

Então, $\pi_2(\bar{q}_1, q_2(\bar{q}_1)) = 0$ se

$$12 - \frac{\bar{q}_1}{2} = 0$$

$$\bar{q}_1 = 24$$

(c)
Note que

$$\bar{\pi}_2(\bar{q}_1, q_2(\bar{q}_1)) = (28-24).24 - 4 \times 24$$

$$= 4 \times 24 - 4 \times 24 = 0$$

Logo, $\bar{\pi}_2 < \pi_2^s$ e portanto é melhor p/ a firma incumbente permitir a entrada da firma 2.

(d) Neste caso

$$\pi_2(\bar{q}_1, q_2(\bar{q}_1)) = \left(12 - \frac{\bar{q}_1}{2}\right)^2 - 9$$

$$\pi_2(\bar{q}_1, q_2(\bar{q}_1)) = 0 \Rightarrow 12 - \frac{\bar{q}_1}{2} = 3$$

$$\frac{\bar{q}_1}{2} = 9$$

$$\bar{q}_1 = 18$$

$$\bar{\pi}_1 = (28-18).18 - 4 \times 18 = 180 - 72 = 108$$

Então, $\bar{\pi}_2 > \pi_2^S$. Portanto é melhor para a firma 1 se comprometer em produzir $\bar{q}_1$ e não permitir a entrada da firma 2.

//

Questão 4

(a) Problema do monopolista

$$\max_{p_i^t, q_i^t} \; p_i - \frac{1}{2}(q_i^t)^2$$

$$\text{s.a. } \theta_i q_i - p_i \geq 0 \Rightarrow p_i^t = \theta_i q_i^t$$

$$\Rightarrow \max_{q_i} \; \theta_i q_i^t - \frac{1}{2}(q_i^t)^2$$

$$\text{CPO: } \theta_i = q_i^t \Rightarrow p_i^t = \theta_i^2$$

Então

$$q_1^t = 10 \text{ e } p_1^t = 100$$

$$q_2^t = 15 \text{ e } p_2^t = 225$$

(b)

$$\max_{\substack{(p_1,q_1)\\(p_2,q_2)}} \ \frac{2}{3}\left(p_1 - \frac{1}{2}q_1^2\right) + \frac{1}{3}\left(p_2 - \frac{1}{2}q_2^2\right)$$

s.a.

$$10q_1 - p_1 \geq 0 \qquad (IR_1)$$

$$15q_2 - p_2 \geq 0 \qquad (IR_2)$$

$$10q_1 - p_1 \geq 10q_2 - p_2 \qquad (IC_1)$$

$$15q_2 - p_2 \geq 15q_1 - p_1 \qquad (IC_2)$$

(c) (IC_2)

$$15q_2 - p_2 \geq 15q_1 - p_1 > \underbrace{10q_1 - p_1 \geq 0}_{(IR_1)}$$

Logo $15q_2 - p_2 > 0$ (IR_2) é satisfeita

(d) (IR_2) e (IC_1) são irrelevantes

e (IR_1) e (IC_2) valem com igualdade.

$(IR_1) \Rightarrow \quad p_1 = 10q_1$

$(IC_2) \Rightarrow \quad p_2 = 15q_2 - 15q_1 + p_1$

$$p_2 = 15q_2 - 5q_1$$

Então, basta resolver

$$\max_{q_1, q_2} \frac{2}{3}\left(10q_1 - \frac{1}{2}q_1^2\right) + \frac{1}{3}\left(15q_2 - 5q_1 - \frac{1}{2}q_2^2\right)$$

CPO's

$[q_1]$: $\frac{2}{3}(10 - q_1) + \frac{1}{3}(-5) = 0$

$$\frac{20}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2q_1}{3} \Rightarrow q_1 = \frac{15}{2}$$

$\hookrightarrow p_1^* = 75$

$[q_2]$: $\frac{1}{3}(15 - q_2) = 0$

$$\Rightarrow q_2^* = 15$$

$$p_2^* = 15 \times 15 - 5 \times \frac{15}{2} = 187{,}5$$

(d)

$$\pi^{+} = \frac{2}{3}\left(100 - \frac{10^2}{2}\right) + \frac{1}{3}\left(225 - \frac{15^2}{2}\right)$$

$$= \frac{2}{3}\left(50\right) \cong 70{,}8333$$

$$\pi^{*} = \frac{2}{3}\left(75 - \frac{\left(\frac{15}{2}\right)^2}{2}\right) + \frac{1}{3}\left(187{,}5 - \frac{15^2}{2}\right)$$

$$= 31{,}25 + 25 = 56{,}25$$

Quanto mais informação o monopolista tem maior o lucro que ele tem.

No caso de informação assimétrica ele precisa deixar "renda informacional" para o agente tipo 2.

Questão 5

(a) Para um preço p que a rival mais próxima cobra temos que deve valer que

$$p_i + tx^2 = p + t\left(\frac{1}{n} - x\right)^2$$

$$p_i + tx^2 = p + t\left(\frac{1}{n^2} - \frac{2x}{n} + x^2\right)$$

$$p_i + \cancel{tx^2} = p + \frac{t}{n^2} - \frac{2xt}{n} + \cancel{tx^2}$$

$$\frac{2xt}{n} = p + \frac{t}{n^2} - p_i$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{n}{2t}\left(p - p_i + \frac{t}{n^2}\right)$$

Então

$$D(p_i, p) = 2x = \frac{n}{t}\left(p - p_i + \frac{t}{n^2}\right)$$

(b) Problema da firma i:

$$\max_{p_i}\left[(p_i - c)\left(\frac{n}{t}\left(p - p_i + \frac{t}{n^2}\right)\right) - f\right]$$

CPO:

$$\frac{n}{t}\left(p - p_i + \frac{t}{n^2} \right) + (p - c_i)\left(-\frac{n}{t} \right) = 0$$

no equilíbrio $p_i = p$

$$\Rightarrow \cancel{\frac{n}{t}}\left(\frac{t}{n^2} \right) = (p-c)\cancel{\frac{n}{t}}$$

$$\Rightarrow p = \frac{t}{n^2} + c$$

(c) O lucro da firma

$$\pi = (p-c)\left(\frac{1}{n}\right) - f$$

$$= \left(\frac{t}{n^2} \cancel{+c} \cancel{-c}\right)\frac{1}{n} - f = \frac{t}{n^3} - f$$

Em eq. $\pi = 0 \Rightarrow \frac{t}{n^3} - f = 0$

$$\Rightarrow n^3 = \frac{t}{f} \Rightarrow n^* = \sqrt[3]{\frac{t}{f}}$$

e $p^* = c + t^{\frac{1}{3}} f^{\frac{2}{3}}$