Tópicos em Competição Estratégica

EPGE

2019

Mestrado Profissional

Diferenciação de Produtos

- Agora vamos quebrar a hipótese da homogeneidade dos produtos!
- Quebrar essa hipótese tem implicações importantes para o resultado de equilíbrio do mercado.
- Uma das hipóteses cruciais por trás do paradoxo de Bertrand é que as firmas produzem bens homogêneos.
- Dessa forma, o preço é a única variável de interesse dos consumidores e nenhuma firma pode aumentar seu preço além do custo marginal (se as firmas forem homogêneas) sem perder mercado.

- Agora vamos quebrar a hipótese da homogeneidade dos produtos!
- Quebrar essa hipótese tem implicações importantes para o resultado de equilíbrio do mercado.
- Uma das hipóteses cruciais por trás do paradoxo de Bertrand é que as firmas produzem bens homogêneos.
- Dessa forma, o preço é a única variável de interesse dos consumidores e nenhuma firma pode aumentar seu preço além do custo marginal (se as firmas forem homogêneas) sem perder mercado.

- Agora vamos quebrar a hipótese da homogeneidade dos produtos!
- Quebrar essa hipótese tem implicações importantes para o resultado de equilíbrio do mercado.
- Uma das hipóteses cruciais por trás do paradoxo de Bertrand é que as firmas produzem bens homogêneos.
- Dessa forma, o preço é a única variável de interesse dos consumidores e nenhuma firma pode aumentar seu preço além do custo marginal (se as firmas forem homogêneas) sem perder mercado.

Diferenciação de Produtos

- Agora vamos quebrar a hipótese da homogeneidade dos produtos!
- Quebrar essa hipótese tem implicações importantes para o resultado de equilíbrio do mercado.
- Uma das hipóteses cruciais por trás do paradoxo de Bertrand é que as firmas produzem bens homogêneos.
- Dessa forma, o preço é a única variável de interesse dos consumidores e nenhuma firma pode aumentar seu preço além do custo marginal (se as firmas forem homogêneas) sem perder mercado.

Diferenciação de Produtos

- Na prática, esse hipótese da homogeneidade dos bens nem sempre é real.
- Alguns consumidores podem ter preferência por uma determinada marca, ou preferem comprar de uma loja mais próxima, ou da que entrega a mercadoria antes.
- Ou então, alguns consumidores permanecem fiéis à firma de maior preço porque desconhecem a existência de outras marcas.
- Ou outros consumidores podem acreditar que marcas alternativas não apresentam mesma qualidade ou não satisfazem suas preferências.

Diferenciação de Produtos

- Na prática, esse hipótese da homogeneidade dos bens nem sempre é real.
- Alguns consumidores podem ter preferência por uma determinada marca, ou preferem comprar de uma loja mais próxima, ou da que entrega a mercadoria antes.
- Ou então, alguns consumidores permanecem fiéis à firma de maior preço porque desconhecem a existência de outras marcas.
- Ou outros consumidores podem acreditar que marcas alternativas não apresentam mesma qualidade ou não satisfazem suas preferências.

Diferenciação de Produtos

- Na prática, esse hipótese da homogeneidade dos bens nem sempre é real.
- Alguns consumidores podem ter preferência por uma determinada marca, ou preferem comprar de uma loja mais próxima, ou da que entrega a mercadoria antes.
- Ou então, alguns consumidores permanecem fiéis à firma de maior preço porque desconhecem a existência de outras marcas.
- Ou outros consumidores podem acreditar que marcas alternativas não apresentam mesma qualidade ou não satisfazem suas preferências.

Diferenciação de Produtos

- Na prática, esse hipótese da homogeneidade dos bens nem sempre é real.
- Alguns consumidores podem ter preferência por uma determinada marca, ou preferem comprar de uma loja mais próxima, ou da que entrega a mercadoria antes.
- Ou então, alguns consumidores permanecem fiéis à firma de maior preço porque desconhecem a existência de outras marcas.
- Ou outros consumidores podem acreditar que marcas alternativas não apresentam mesma qualidade ou não satisfazem suas preferências.

Diferenciação de Produtos

- Na realidade, muitos produtos são diferenciados.
- A diversidade de produtos impede uma concorrência desenfreada.
- **Objetivo: estudar modelos de determinação de preços de produtos diferenciados.**
- Preços podem ser ajustados mais rapidamente do que as características dos produtos.
- Ou seja, vamos considerar que as firmas competem em preços e que as características dos seus produtos, nesse momento, são dadas, exógenas.

Diferenciação de Produtos

- Na realidade, muitos produtos são diferenciados.
- A diversidade de produtos impede uma concorrência desenfreada.
- Objetivo: estudar modelos de determinação de preços de produtos diferenciados.
- Preços podem ser ajustados mais rapidamente do que as características dos produtos.
- Ou seja, vamos considerar que as firmas competem em preços e que as características dos seus produtos, nesse momento, são dadas, exógenas.

Diferenciação de Produtos

- Na realidade, muitos produtos são diferenciados.
- A diversidade de produtos impede uma concorrência desenfreada.
- **Objetivo: estudar modelos de determinação de preços de produtos diferenciados.**
- Preços podem ser ajustados mais rapidamente do que as características dos produtos.
- Ou seja, vamos considerar que as firmas competem em preços e que as características dos seus produtos, nesse momento, são dadas, exógenas.

Diferenciação de Produtos

- Na realidade, muitos produtos são diferenciados.
- A diversidade de produtos impede uma concorrência desenfreada.
- **Objetivo: estudar modelos de determinação de preços de produtos diferenciados.**
- Preços podem ser ajustados mais rapidamente do que as características dos produtos.
- Ou seja, vamos considerar que as firmas competem em preços e que as características dos seus produtos, nesse momento, são dadas, exógenas.

Diferenciação de Produtos

- Na realidade, muitos produtos são diferenciados.
- A diversidade de produtos impede uma concorrência desenfreada.
- **Objetivo: estudar modelos de determinação de preços de produtos diferenciados.**
- Preços podem ser ajustados mais rapidamente do que as características dos produtos.
- Ou seja, vamos considerar que as firmas competem em preços e que as características dos seus produtos, nesse momento, são dadas, exógenas.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Suponha uma cidade linear de tamanho 1, na qual os consumidores estão uniformente distribuídos ao longo dela.
- Consumidores diferentes estão localizados em locais diferentes.
- Existem duas firmas que vendem o mesmo produto físico.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Suponha uma cidade linear de tamanho 1, na qual os consumidores estão uniformente distribuídos ao longo dela.
- Consumidores diferentes estão localizados em locais diferentes.
- Existem duas firmas que vendem o mesmo produto físico.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Suponha uma cidade linear de tamanho 1, na qual os consumidores estão uniformente distribuídos ao longo dela.
- Consumidores diferentes estão localizados em locais diferentes.
- Existem duas firmas que vendem o mesmo produto físico.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Inicialmente, por simplicidade, vamos considerar que cada uma dessas firmas se localiza em um dos extremos da cidade.
- Ou seja, a firma 1 se localiza em $x = 0$, e a firma 2 em $x = 1$.
- O custo unitário do bem para cada firma é constante e igual a

$$c.$$

- Os consumidores incorrem em um custo de transporte

$$t$$

  por unidade de distância percorrida.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Inicialmente, por simplicidade, vamos considerar que cada uma dessas firmas se localiza em um dos extremos da cidade.
- Ou seja, a firma 1 se localiza em $x = 0$, e a firma 2 em $x = 1$.
- O custo unitário do bem para cada firma é constante e igual a
$$c.$$
- Os consumidores incorrem em um custo de transporte
$$t$$
por unidade de distância percorrida.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Inicialmente, por simplicidade, vamos considerar que cada uma dessas firmas se localiza em um dos extremos da cidade.
- Ou seja, a firma 1 se localiza em $x = 0$, e a firma 2 em $x = 1$.
- O custo unitário do bem para cada firma é constante e igual a

$$c.$$

- Os consumidores incorrem em um custo de transporte

$$t$$

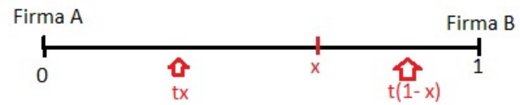
por unidade de distância percorrida.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Inicialmente, por simplicidade, vamos considerar que cada uma dessas firmas se localiza em um dos extremos da cidade.
- Ou seja, a firma 1 se localiza em $x = 0$, e a firma 2 em $x = 1$.
- O custo unitário do bem para cada firma é constante e igual a
$$c.$$
- Os consumidores incorrem em um custo de transporte
$$t$$
por unidade de distância percorrida.

Modelo de Hotelling (1929): modelo da cidade linear

- Portanto, um consumidor localizado em x incorre em um custo de
$$tx$$
para comprar da firma 1, e em um custo
$$t(1-x)$$
para comprar da firma 2.



- Os consumidores tem demanda unitária, ou seja, cada consumidor demanda uma ou zero unidades do bem.
- Seja p_1 e p_2 os preços cobrados pelas firmas 1 e 2, respectivamente.
- O preço total pago pelo consumidor ao comprar da firma 1 é

$$p_1 + tx,$$

enquanto que ao comprar da firma 2 é

$$p_2 + t(1 - x).$$

- Os consumidores tem demanda unitária, ou seja, cada consumidor demanda uma ou zero unidades do bem.
- Seja p_1 e p_2 os preços cobrados pelas firmas 1 e 2, respectivamente.
- O preço total pago pelo consumidor ao comprar da firma 1 é

$$p_1 + tx,$$

enquanto que ao comprar da firma 2 é

$$p_2 + t(1 - x).$$

- Os consumidores tem demanda unitária, ou seja, cada consumidor demanda uma ou zero unidades do bem.
- Seja p_1 e p_2 os preços cobrados pelas firmas 1 e 2, respectivamente.
- O preço total pago pelo consumidor ao comprar da firma 1 é

$$p_1 + tx,$$

enquanto que ao comprar da firma 2 é

$$p_2 + t(1 - x).$$

- Cada consumidor deriva um benefício $\bar{s}$ do consumo do bem.
- A utilidade de um consumidor localizado em x ao demandar da firma 1 é dada por

$$\bar{s} - p_1 - tx,$$

enquanto que se demandar da firma 2 é

$$\bar{s} - p_2 - t(1 - x),$$

e zero caso não demande de nenhuma das firmas.

- Cada consumidor deriva um benefício $\bar{s}$ do consumo do bem.
- A utilidade de um consumidor localizado em x ao demandar da firma 1 é dada por

$$\bar{s} - p_1 - tx,$$

enquanto que se demandar da firma 2 é

$$\bar{s} - p_2 - t(1 - x),$$

e zero caso não demande de nenhuma das firmas.

Cobertura total

- Se a diferença de preço das duas firmas não exceder o custo de transporte t ou se os preços não forem excessivamente altos (**cobertura total**), existe um consumidor indiferente, $\tilde{x}$, tal que

$$\bar{s} - p_1 - t\tilde{x} = \bar{s} - p_2 - t(1 - \tilde{x}).$$

- Ou seja,

$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$

- Então, as demandas de cada uma das firmas são:

$$D_1(p_1, p_2) = N\tilde{x}(p_1, p_2)$$

$$D_2(p_1, p_2) = N[1 - \tilde{x}(p_1, p_2)],$$

onde N é o número total de consumidores.

Cobertura total

- Se a diferença de preço das duas firmas não exceder o custo de transporte t ou se os preços não forem excessivamente altos (**cobertura total**), existe um consumidor indiferente, $\tilde{x}$, tal que

$$\bar{s} - p_1 - t\tilde{x} = \bar{s} - p_2 - t(1 - \tilde{x}).$$

- Ou seja,

$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$

- Então, as demandas de cada uma das firmas são:

$$D_1(p_1, p_2) = N\tilde{x}(p_1, p_2)$$

$$D_2(p_1, p_2) = N[1 - \tilde{x}(p_1, p_2)],$$

onde N é o número total de consumidores.

Cobertura total

- Se a diferença de preço das duas firmas não exceder o custo de transporte t ou se os preços não forem excessivamente altos (**cobertura total**), existe um consumidor indiferente, $\tilde{x}$, tal que
$$\bar{s} - p_1 - t\tilde{x} = \bar{s} - p_2 - t(1 - \tilde{x}).$$
- Ou seja,
$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$
- Então, as demandas de cada uma das firmas são:
$$D_1(p_1, p_2) = N\tilde{x}\,(p_1, p_2)$$
$$D_2(p_1, p_2) = N\left[1 - \tilde{x}\,(p_1, p_2)\right],$$
onde N é o número total de consumidores.

- No entanto, se a diferença de preço entre as duas firmas exceder o custo de transporte t (por exemplo, se os preços forem excessivamente altos):

$$p_2 - p_1 \geq t,$$

então $\tilde{x} > 1$.

- Nesse caso, conceitualmente existem duas possibilidades:
  1. Se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao o ultimo consumidor tem utilidade nao negativa de demandar da firma 1, e temos o cenario que ha cobertura total e todos os consumidores demandam da firma 1.
  2. Mas se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao nao ha cobertura total porque o ultimo consumidor tem utilidade negativa ao demandar da firma 1.

- No entanto, se a diferença de preço entre as duas firmas exceder o custo de transporte t (por exemplo, se os preços forem excessivamente altos):

$$p_2 - p_1 \geq t,$$

então $\tilde{x} > 1$.

- Nesse caso, conceitualmente existem duas possibilidades:
    1. Se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao o ultimo consumidor tem utilidade nao negativa de demandar da firma 1, e temos o cenario que ha cobertura total e todos os consumidores demandam da firma 1.
    2. Mas se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao nao ha cobertura total porque o ultimo consumidor tem utilidade negativa ao demandar da firma 1.

- No entanto, se a diferença de preço entre as duas firmas exceder o custo de transporte t (por exemplo, se os preços forem excessivamente altos):

$$p_2 - p_1 \geq t,$$

então $\tilde{x} > 1$.

- Nesse caso, conceitualmente existem duas possibilidades:
  1. Se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao o ultimo consumidor tem utilidade nao negativa de demandar da firma 1, e temos o cenario que ha cobertura total e todos os consumidores demandam da firma 1.
  2. Mas se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao nao ha cobertura total porque o ultimo consumidor tem utilidade negativa ao demandar da firma 1.

- No entanto, se a diferença de preço entre as duas firmas exceder o custo de transporte t (por exemplo, se os preços forem excessivamente altos):

$$p_2 - p_1 \geq t,$$

então $\tilde{x} > 1$.

- Nesse caso, conceitualmente existem duas possibilidades:
  1. Se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao o ultimo consumidor tem utilidade nao negativa de demandar da firma 1, e temos o cenario que ha cobertura total e todos os consumidores demandam da firma 1.
  2. Mas se $p_1 + t \leq \bar{s}$, entao nao ha cobertura total porque o ultimo consumidor tem utilidade negativa ao demandar da firma 1.

Cobertura total

- A firma 2 não tem demanda e a firma 1 tem demanda dada por

$$D_1(p_1, p_2) = N,$$

se $p_1 + t \leq \bar{s}$, ou seja, o último consumidor localizado em 1 ainda tem utilidade não negativa em demandar da firma 1 (localizada no lado esquerdo).

Cobertura parcial

- Mas, caso contrário, ou seja, se $p_1 + t > \bar{s}$, então a demanda da firma 1 é dada por

$$D_1(p_1, p_2) = N\left(\frac{\bar{s} - p_1}{t}\right),$$

e nesse caso o mercado não é totalmente coberto e existem alguns consumidores que não demandam o bem.

Observação: o análogo valeria se

$$p_1 - p_2 \geq t,$$

mas ai seria a firma 2 a ter toda a demanda e a firma 1 a não ter demanda.

- Variação desse modelo no qual o custo de transporte é quadrático, e não linear.
- Nesse caso, um consumidor localizado em x incorre em um custo

$$tx^2$$

se demandar da firma 1, e um custo

$$t(1-x)^2$$

se demandar da firma 2.
- O custo de transporte marginal aumenta com a distância da firma.

- Variação desse modelo no qual o custo de transporte é quadrático, e não linear.
- Nesse caso, um consumidor localizado em x incorre em um custo

$$tx^2$$

se demandar da firma 1, e um custo

$$t(1-x)^2$$

se demandar da firma 2.

- O custo de transporte marginal aumenta com a distância da firma.

- Variação desse modelo no qual o custo de transporte é quadrático, e não linear.
- Nesse caso, um consumidor localizado em x incorre em um custo

$$tx^2$$

se demandar da firma 1, e um custo

$$t(1-x)^2$$

se demandar da firma 2.

- O custo de transporte marginal aumenta com a distância da firma.

- Suponha que a **localização de cada uma das firmas é fixa**, vamos buscarmos identificar o equilíbrio de Nash em preços.

- As firmas escolhem seus preços

$$p_1 \quad e \quad p_2$$

simultaneamente, mas agora a função demanda é associada a uma função de custo de transporte quadráticos.

- Suponha que a **localização de cada uma das firmas é fixa**, vamos buscarmos identificar o equilíbrio de Nash em preços.

- As firmas escolhem seus preços

$$p_1 \quad e \quad p_2$$

simultaneamente, mas agora a função demanda é associada a uma função de custo de transporte quadráticos.

- Vamos considerar que os preços das firmas não diferem tanto a ponto de uma das firmas não ter demanda, nem que os preços são muito altos com relação a $\bar{s}$ **(cobertura total)**.

- Essa primeira condição deve ser satisfeita em equilíbrio porque uma firma sem demanda não aufere lucro, e portanto, tem incentivo a reduzir seu preço para ganhar mercado.

- A segunda condição é satisfeita em equilíbrio se o excedente do consumidor pelo consumo do bem $\bar{s}$ for suficientemente alto.

- Vamos considerar que os preços das firmas não diferem tanto a ponto de uma das firmas não ter demanda, nem que os preços são muito altos com relação a $\bar{s}$ **(cobertura total)**.

- Essa primeira condição deve ser satisfeita em equilíbrio porque uma firma sem demanda não aufere lucro, e portanto, tem incentivo a reduzir seu preço para ganhar mercado.

- A segunda condição é satisfeita em equilíbrio se o excedente do consumidor pelo consumo do bem $\bar{s}$ for suficientemente alto.

- Vamos considerar que os preços das firmas não diferem tanto a ponto de uma das firmas não ter demanda, nem que os preços são muito altos com relação a $\bar{s}$ **(cobertura total)**.

- Essa primeira condição deve ser satisfeita em equilíbrio porque uma firma sem demanda não aufere lucro, e portanto, tem incentivo a reduzir seu preço para ganhar mercado.

- A segunda condição é satisfeita em equilíbrio se o excedente do consumidor pelo consumo do bem $\bar{s}$ for suficientemente alto.

- O consumidor indiferente $\tilde{x}$ agora é caracterizado por

$$p_1 + t\tilde{x}^2 = p_2 + t(1-\tilde{x})^2,$$

- Ou seja,

$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$

- Para simplificar, considere $N = 1$.
- Então, as demandas de cada uma das firmas são:

$$D_1(p_1, p_2) = \tilde{x}(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$

$$D_2(p_1, p_2) = 1 - \tilde{x}(p_1, p_2) = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}.$$

- O consumidor indiferente $\tilde{x}$ agora é caracterizado por

$$p_1 + t\tilde{x}^2 = p_2 + t(1-\tilde{x})^2,$$

- Ou seja,

$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$

- Para simplificar, considere $N = 1$.
- Então, as demandas de cada uma das firmas são:

$$D_1(p_1, p_2) = \tilde{x}(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$

$$D_2(p_1, p_2) = 1 - \tilde{x}(p_1, p_2) = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}.$$

- O consumidor indiferente $\tilde{x}$ agora é caracterizado por

$$p_1 + t\tilde{x}^2 = p_2 + t(1-\tilde{x})^2,$$

- Ou seja,

$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$

- Para simplificar, considere $N = 1$.
- Então, as demandas de cada uma das firmas são:

$$D_1(p_1,p_2) = \tilde{x}(p_1,p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$

$$D_2(p_1,p_2) = 1 - \tilde{x}(p_1,p_2) = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}.$$

- O consumidor indiferente $\tilde{x}$ agora é caracterizado por

$$p_1 + t\tilde{x}^2 = p_2 + t(1-\tilde{x})^2,$$

- Ou seja,

$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}.$$

- Para simplificar, considere $N = 1$.

- Então, as demandas de cada uma das firmas são:

$$D_1(p_1, p_2) = \tilde{x}(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1 + t}{2t}$$

$$D_2(p_1, p_2) = 1 - \tilde{x}(p_1, p_2) = \frac{p_1 - p_2 + t}{2t}.$$

- *Observação*: quando as firmas são localizadas nos extremos da cidade linear, as funções demandas são as mesmas se o custo de deslocamento é linear ou quadrático (esse resultado não se mantem se o mercado não é totalmente coberto e é contigente às firmas estarem localizadas nos extremos das cidades).

- Nesse caso, o lucro das firmas é dada por

$$\Pi^i(p_i, p_j) = (p_i - c)\left(\frac{p_j - p_i + t}{2t}\right).$$

- *Observação*: quando as firmas são localizadas nos extremos da cidade linear, as funções demandas são as mesmas se o custo de deslocamento é linear ou quadrático (esse resultado não se mantem se o mercado não é totalmente coberto e é contigente às firmas estarem localizadas nos extremos das cidades).

- Nesse caso, o lucro das firmas é dada por

$$\Pi^i(p_i, p_j) = (p_i - c)\left(\frac{p_j - p_i + t}{2t}\right).$$

- Tanto para custos de transporte lineares quanto quadráticos, a firma i escolhe seu preço p_i que maximiza seu lucro para um dado preço p_j da firma rival, ou seja,

$$\max_{p_i} (p_i - c) \left(\frac{p_j - p_i + t}{2t} \right).$$

- A condição de primeira ordem do problema é

$$p_j + t + c - 2p_i = 0.$$

- Pela simetria do problema, os preços competitivos do equilíbrio de Nash são dados por

$$p_1^c = p_2^c = c + t.$$

- Então, o lucro em equilíbrio é

$$\Pi^1 = \Pi^2 = \frac{t}{2}.$$

- Tanto para custos de transporte lineares quanto quadráticos, a firma i escolhe seu preço p_i que maximiza seu lucro para um dado preço p_j da firma rival, ou seja,

$$\max_{p_i} (p_i - c) \left(\frac{p_j - p_i + t}{2t} \right).$$

- A condição de primeira ordem do problema é

$$p_j + t + c - 2p_i = 0.$$

- Pela simetria do problema, os preços competitivos do equilíbrio de Nash são dados por

$$p_1^c = p_2^c = c + t.$$

- Então, o lucro em equilíbrio é

$$\Pi^1 = \Pi^2 = \frac{t}{2}.$$

- Tanto para custos de transporte lineares quanto quadráticos, a firma i escolhe seu preço p_i que maximiza seu lucro para um dado preço p_j da firma rival, ou seja,

$$\max_{p_i} (p_i - c)\left(\frac{p_j - p_i + t}{2t}\right).$$

- A condição de primeira ordem do problema é

$$p_j + t + c - 2p_i = 0.$$

- Pela simetria do problema, os preços competitivos do equilíbrio de Nash são dados por

$$p_1^c = p_2^c = c + t.$$

- Então, o lucro em equilíbrio é

$$\Pi^1 = \Pi^2 = \frac{t}{2}.$$

- Tanto para custos de transporte lineares quanto quadráticos, a firma i escolhe seu preço p_i que maximiza seu lucro para um dado preço p_j da firma rival, ou seja,

$$\max_{p_i} (p_i - c) \left(\frac{p_j - p_i + t}{2t} \right).$$

- A condição de primeira ordem do problema é

$$p_j + t + c - 2p_i = 0.$$

- Pela simetria do problema, os preços competitivos do equilíbrio de Nash são dados por

$$p_1^c = p_2^c = c + t.$$

- Então, o lucro em equilíbrio é

$$\Pi^1 = \Pi^2 = \frac{t}{2}.$$

- Falamos de produtos diferenciados apesar deles serem fisicamente idênticos.
- Quanto maior o custo de transporte, maior a diferenciação dos produtos para os consumidores.
- Ou seja, quando t aumenta, ou produtos ficam mais diferentes e as duas firmas competem menos agressivamente pelos mesmos consumidores.

- Falamos de produtos diferenciados apesar deles serem fisicamente idênticos.

- **Quanto maior o custo de transporte, maior a diferenciação dos produtos para os consumidores**.

- Ou seja, quando t aumenta, ou produtos ficam mais diferentes e as duas firmas competem menos agressivamente pelos mesmos consumidores.

- Falamos de produtos diferenciados apesar deles serem fisicamente idênticos.

- **Quanto maior o custo de transporte, maior a diferenciação dos produtos para os consumidores**.

- Ou seja, quando t aumenta, ou produtos ficam mais diferentes e as duas firmas competem menos agressivamente pelos mesmos consumidores.

- De fato, a clientela vizinha às firmas se torna mais cativa à medida que t aumenta, dando maior poder de mercado às firmas (permitindo que essas firmas aumentem seus preços).

- Quando $t = 0$, não há custo de deslocamento e todos os consumidores podem demandar de qualquer firma sem custo (concorrência máxima).

- Nessa situação, a ausência de diferenciação de produtos leva ao resultado de Bertrand.

$$p_1^c = p_2^c = c.$$

$$\Pi^1 = \Pi^2 = 0.$$

- De fato, a clientela vizinha às firmas se torna mais cativa à medida que t aumenta, dando maior poder de mercado às firmas (permitindo que essas firmas aumentem seus preços).

- **Quando $t = 0$, não há custo de deslocamento e todos os consumidores podem demandar de qualquer firma sem custo** (concorrência máxima).

- Nessa situação, a ausência de diferenciação de produtos leva ao resultado de Bertrand.

$$p_1^c = p_2^c = c.$$

$$\Pi^1 = \Pi^2 = 0.$$

- De fato, a clientela vizinha às firmas se torna mais cativa à medida que t aumenta, dando maior poder de mercado às firmas (permitindo que essas firmas aumentem seus preços).
- **Quando** $t = 0$**, não há custo de deslocamento e todos os consumidores podem demandar de qualquer firma sem custo** (concorrência máxima).
- Nessa situação, a ausência de diferenciação de produtos leva ao resultado de Bertrand.

$$p_1^c = p_2^c = c.$$

$$\Pi^1 = \Pi^2 = 0.$$

- Também estamos interessados na **escolha de diferenciação do produto** por parte da firma.
- *Como que os preços de equilíbrio mudam com a localização das firmas (diferenciação dos produtos)?*
- Suponha que a firma 1 se localize no ponto

$$a \geq 0$$

e a firma 2 no ponto

$$1 - b \geq 0,$$

onde $b \geq 0$, e sem perda de generalidade $a + b \leq 1$.

- Também estamos interessados na **escolha de diferenciação do produto** por parte da firma.
- ***Como que os preços de equilíbrio mudam com a localização das firmas (diferenciação dos produtos)?***
- Suponha que a firma 1 se localize no ponto

$$a \geq 0$$

e a firma 2 no ponto

$$1 - b \geq 0,$$

onde $b \geq 0$, e sem perda de generalidade $a + b \leq 1$.

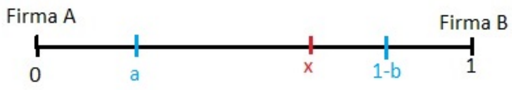
- Também estamos interessados na **escolha de diferenciação do produto** por parte da firma.
- ***Como que os preços de equilíbrio mudam com a localização das firmas (diferenciação dos produtos)?***
- Suponha que a firma 1 se localize no ponto

$$a \geq 0$$

e a firma 2 no ponto

$$1 - b \geq 0,$$

onde $b \geq 0$, e sem perda de generalidade $a + b \leq 1$.



- $a = b = 0$ **corresponde a máxima diferenciação;**

- $a + b = 1$ **corresponde a diferenciação mínima, ou seja, bens perfeitamente substitutos.**

- Custos quadráticos e escolha de localização da firma: consumidor indiferente

$$\bar{s} - p_1 - t\left(\tilde{x} - a\right)^2 = \bar{s} - p_2 - t\left([1-b] - \tilde{x}\right)^2$$

$$\tilde{x} = \frac{p_2 - p_1}{2t\left([1-b] - a\right)} + \frac{\left([1-b] + a\right)}{2}$$

Logo, as demandas das firmas são:

- Firma 1:

$$D_1(p_1, p_2) = \tilde{x} = a + \frac{([1-b]-a)}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t([1-b]-a)}$$

- Firma 2:

$$D_2(p_1, p_2) = 1 - \tilde{x} = b + \frac{([1-b]-a)}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2t([1-b]-a)}.$$

Logo, as demandas das firmas são:

- Firma 1:

$$D_1(p_1, p_2) = \tilde{x} = a + \frac{([1-b]-a)}{2} + \frac{p_2 - p_1}{2t\,([1-b]-a)}$$

- Firma 2:

$$D_2(p_1, p_2) = 1 - \tilde{x} = b + \frac{([1-b]-a)}{2} + \frac{p_1 - p_2}{2t\,([1-b]-a)}.$$

- Se os preços forem iguais, a firma 1 controla seu próprio território (de tamanho a) e recebe metade dos consumidores localizados entre as duas firmas que estão mais próximos da firma 1 (numericamente $\frac{(1-a-b)}{2}$).
- O terceiro termo expressa a sensibilidade da demanda para o diferencial de preços.
- O lucro das firmas é dado por

$$\Pi^i(p_i, p_j) = (p_i - c)\left(d_i + \frac{([1-b]-a)}{2} + \frac{p_j - p_i}{2t([1-b]-a)}\right),$$

onde $d_1 = a$ e $d_2 = b$.

- Se os preços forem iguais, a firma 1 controla seu próprio território (de tamanho a) e recebe metade dos consumidores localizados entre as duas firmas que estão mais próximos da firma 1 (numericamente $\frac{(1-a-b)}{2}$).
- O terceiro termo expressa a sensibilidade da demanda para o diferencial de preços.
- O lucro das firmas é dado por

$$\Pi^i(p_i, p_j) = (p_i - c)\left(d_i + \frac{([1-b]-a)}{2} + \frac{p_j - p_i}{2t\,([1-b]-a)}\right),$$

onde $d_1 = a$ e $d_2 = b$.

- Se os preços forem iguais, a firma 1 controla seu próprio território (de tamanho a) e recebe metade dos consumidores localizados entre as duas firmas que estão mais próximos da firma 1 (numericamente $\frac{(1-a-b)}{2}$).

- O terceiro termo expressa a sensibilidade da demanda para o diferencial de preços.

- O lucro das firmas é dado por

$$\Pi^i(p_i, p_j) = (p_i - c)\left(d_i + \frac{([1-b]-a)}{2} + \frac{p_j - p_i}{2t\,([1-b]-a)}\right),$$

onde $d_1 = a$ e $d_2 = b$.

- A firma i escolhe o preço p_i que maximiza seu lucro para um dado preço p_j da firma rival:

$$\Pi^i = \max_{p_i} \Pi^i(p_i, p_j).$$

- A solução do sistema obtido pelas condições de primeira ordem dos problemas das duas firmas nos leva aos preços de equilíbrio de Nash, dados por

$$p_1^c(a,b) = c + t(1-a-b)\left(1 - \frac{b-a}{3}\right)$$

$$p_2^c(a,b) = c + t(1-a-b)\left(1 + \frac{b-a}{3}\right)$$

- A firma i escolhe o preço p_i que maximiza seu lucro para um dado preço p_j da firma rival:

$$\Pi^i = \max_{p_i} \Pi^i(p_i, p_j).$$

- A solução do sistema obtido pelas condições de primeira ordem dos problemas das duas firmas nos leva aos preços de equilíbrio de Nash, dados por

$$p_1^c(a,b) = c + t(1-a-b)\left(1 - \frac{b-a}{3}\right)$$

$$p_2^c(a,b) = c + t(1-a-b)\left(1 + \frac{b-a}{3}\right)$$

- Suponha agora que as duas firmas possam escolhem suas localizações.
- Jogo em dois estágios:

1. No primeiro as firmas escolhem suas localizações simultaneamente;
2. Depois elas escolhem seus preços simultaneamente.

- Cada firma deve antecipar como que a sua escolha de localização afeta não somente a sua demanda, mas também a intensidade da competição por preços.

- Suponha agora que as duas firmas possam escolhem suas localizações.
- Jogo em dois estágios:

1. No primeiro as firmas escolhem suas localizações simultaneamente;
2. Depois elas escolhem seus preços simultaneamente.

- Cada firma deve antecipar como que a sua escolha de localização afeta não somente a sua demanda, mas também a intensidade da competição por preços.

- Suponha agora que as duas firmas possam escolhem suas localizações.
- Jogo em dois estágios:

1. No primeiro as firmas escolhem suas localizações simultaneamente;
2. Depois elas escolhem seus preços simultaneamente.

- Cada firma deve antecipar como que a sua escolha de localização afeta não somente a sua demanda, mas também a intensidade da competição por preços.

- Suponha agora que as duas firmas possam escolhem suas localizações.
- Jogo em dois estágios:

1. No primeiro as firmas escolhem suas localizações simultaneamente;
2. Depois elas escolhem seus preços simultaneamente.

- Cada firma deve antecipar como que a sua escolha de localização afeta não somente a sua demanda, mas também a intensidade da competição por preços.

- Suponha agora que as duas firmas possam escolhem suas localizações.
- Jogo em dois estágios:

1. No primeiro as firmas escolhem suas localizações simultaneamente;
2. Depois elas escolhem seus preços simultaneamente.

- Cada firma deve antecipar como que a sua escolha de localização afeta não somente a sua demanda, mas também a intensidade da competição por preços.

- Por indução retroativa, o equilíbrio do jogo no segundo estágio já foi encontrado.

- A função do lucro na forma reduzida de firma 1 pode ser dada por

$$\Pi^1(a,b) = \left(p_1^c(a,b) - c\right) D_1\left(a,b,p_1^c(a,b),p_2^c(a,b)\right),$$

onde

$$D_1\left(a,b,p_1^c(a,b),p_2^c(a,b)\right) = a + \frac{1-a-b}{2} + \frac{p_2^c(a,b) - p_1^c(a,b)}{2t\left(1-a-b\right)}.$$

- Uma localização de equilíbrio é tal que a firma 1 maximiza $\Pi^1(a,b)$ com relação a a, tomando b como dado.

- Por indução retroativa, o equilíbrio do jogo no segundo estágio já foi encontrado.

- A função do lucro na forma reduzida de firma 1 pode ser dada por

$$\Pi^1(a,b) = \left(p_1^c(a,b) - c\right) D_1\left(a, b, p_1^c(a,b), p_2^c(a,b)\right),$$

onde

$$D_1\left(a, b, p_1^c(a,b), p_2^c(a,b)\right) = a + \frac{1-a-b}{2} + \frac{p_2^c(a,b) - p_1^c(a,b)}{2t\left(1-a-b\right)}.$$

- Uma localização de equilíbrio é tal que a firma 1 maximiza $\Pi^1(a,b)$ com relação a a, tomando b como dado.

- Por indução retroativa, o equilíbrio do jogo no segundo estágio já foi encontrado.

- A função do lucro na forma reduzida de firma 1 pode ser dada por

$$\Pi^1(a,b) = \left(p_1^c(a,b) - c\right) D_1\left(a,b,p_1^c(a,b),p_2^c(a,b)\right),$$

onde

$$D_1\left(a,b,p_1^c(a,b),p_2^c(a,b)\right) = a + \frac{1-a-b}{2} + \frac{p_2^c(a,b) - p_1^c(a,b)}{2t\left(1-a-b\right)}.$$

- Uma localização de equilíbrio é tal que a firma 1 maximiza $\Pi^1(a,b)$ com relação a a, tomando b como dado.

- Problema similar para a firma 2.
- Suponha que sem perda de generalidade

$$0 \leq a \leq 1 - b \leq 1.$$

- **Atenção:** para maximizar $\Pi^1(a,b)$ com respeito a a, sabemos pelo teorema do envelope que não precisamos considerar o efeito via escolha ótima do preços $p_1^c(a,b)$, pois na escolha ótima dos preços temos que

$$\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^c}{\partial a} = 0.$$

- Problema similar para a firma 2.
- Suponha que sem perda de generalidade

$$0 \leq a \leq 1 - b \leq 1.$$

- **Atenção:** para maximizar $\Pi^1(a, b)$ com respeito a a, sabemos pelo teorema do envelope que não precisamos considerar o efeito via escolha ótima do preços $p_1^c(a, b)$, pois na escolha ótima dos preços temos que

$$\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^c}{\partial a} = 0.$$

- Problema similar para a firma 2.
- Suponha que sem perda de generalidade

$$0 \leq a \leq 1 - b \leq 1.$$

- **Atenção:** para maximizar $\Pi^1(a,b)$ com respeito a a, sabemos pelo teorema do envelope que não precisamos considerar o efeito via escolha ótima do preços $p_1^c(a,b)$, pois na escolha ótima dos preços temos que

$$\frac{\partial \Pi^1}{\partial p_1} \frac{\partial p_1^c}{\partial a} = 0.$$

- Portanto, pelo teorema do envelope temos que olhar apenas para o efeito direto de a em Π^1 e para o efeito indireto pela mudança do preço da firma 2.

- Ou seja,

$$\frac{d\Pi^1}{da} = (p_1^c - c)\left(\frac{\partial D_1}{\partial a} + \frac{\partial D_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^c}{\partial a}\right)$$

- Portanto, pelo teorema do envelope temos que olhar apenas para o efeito direto de a em Π^1 e para o efeito indireto pela mudança do preço da firma 2.

- Ou seja,
$$\frac{d\Pi^1}{da} = (p_1^c - c)\left(\frac{\partial D_1}{\partial a} + \frac{\partial D_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^c}{\partial a}\right)$$

- Como

$$D_1\left(a, b, p_1^c(a,b), p_2^c(a,b)\right) = a + \frac{1-a-b}{2} + \frac{p_2^c - p_1^c}{2t\left(1-a-b\right)},$$

$$p_1^c\left(a,b\right) = c + t(1-a-b)\left(1 + \frac{a-b}{3}\right)$$

e

$$p_2^c\left(a,b\right) = c + t(1-a-b)\left(1 + \frac{b-a}{3}\right),$$

- Então temos que

$$\frac{\partial D_1}{\partial a} = \frac{1}{2} + \frac{p_2^c - p_1^c}{2t(1-a-b)^2} = \frac{1}{2} + \frac{b-a}{3(1-a-b)} = \frac{3-5a-b}{6(1-a-b)}$$

e

$$\frac{\partial D_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^c}{\partial a} = \left(\frac{1}{2t(1-a-b)}\right)\left[t\left(-\frac{4}{3}+\frac{2a}{3}\right)\right]$$
$$= \frac{-2+a}{3(1-a-b)}$$

- O que nos permite identificar que

$$\frac{\partial D_1}{\partial a} + \frac{\partial D_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^c}{\partial a} = \frac{-1-3a-b}{6(1-a-b)}$$

- Então temos que

$$\frac{\partial D_1}{\partial a} = \frac{1}{2} + \frac{p_2^c - p_1^c}{2t(1-a-b)^2} = \frac{1}{2} + \frac{b-a}{3(1-a-b)} = \frac{3-5a-b}{6(1-a-b)}$$

e

$$\frac{\partial D_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^c}{\partial a} = \left(\frac{1}{2t(1-a-b)}\right)\left[t\left(-\frac{4}{3}+\frac{2a}{3}\right)\right]$$

$$= \frac{-2+a}{3\,(1-a-b)}$$

- O que nos permite identificar que

$$\frac{\partial D_1}{\partial a} + \frac{\partial D_1}{\partial p_2}\frac{\partial p_2^c}{\partial a} = \frac{-1-3a-b}{6\,(1-a-b)}$$

- Usando o fato do mark-up $(p_1^c - c)$ ser positivo, concluímos que
$$\frac{d\Pi^1}{da} < 0.$$
- **Conclusão: a firma 1 sempre escolherá se mover para o menor *a* possível!**
- O análogo vale para a firma 2.
- Portanto, podemos concluir que o equilíbrio em localização exibe **diferenciação máxima**!

- Usando o fato do mark-up $(p_1^c - c)$ ser positivo, concluímos que
$$\frac{d\Pi^1}{da} < 0.$$
- **Conclusão: a firma 1 sempre escolherá se mover para o menor a possível!**
- O análogo vale para a firma 2.
- Portanto, podemos concluir que o equilíbrio em localização exibe **diferenciação máxima**!

- Usando o fato do mark-up $(p_1^c - c)$ ser positivo, concluímos que
$$\frac{d\Pi^1}{da} < 0.$$
- **Conclusão: a firma 1 sempre escolherá se mover para o menor *a* possível!**
- O análogo vale para a firma 2.
- Portanto, podemos concluir que o equilíbrio em localização exibe **diferenciação máxima**!

- Usando o fato do mark-up $(p_1^c - c)$ ser positivo, concluímos que

$$\frac{d\Pi^1}{da} < 0.$$

- **Conclusão: a firma 1 sempre escolherá se mover para o menor *a* possível!**

- O análogo vale para a firma 2.

- Portanto, podemos concluir que o equilíbrio em localização exibe **diferenciação máxima**!

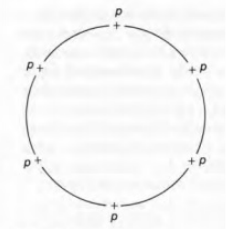
- O modelo analisado da cidade linear era um duopólio.
- Vamos agora considerar um número maior de firmas.
- Ou seja, vamos estudar um modelo no qual não há "barreiras a entrada" mas há custos fixos de entrada.
- Considere que há um grande número de firmas idênticas que são potenciais entrantes nesse mercado.

- O modelo analisado da cidade linear era um duopólio.
- Vamos agora considerar um número maior de firmas.
- Ou seja, vamos estudar um modelo no qual não há "barreiras a entrada" mas há custos fixos de entrada.
- Considere que há um grande número de firmas idênticas que são potenciais entrantes nesse mercado.

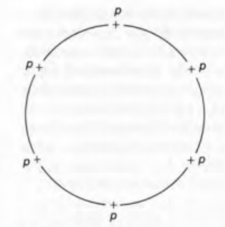
- O modelo analisado da cidade linear era um duopólio.
- Vamos agora considerar um número maior de firmas.
- Ou seja, vamos estudar um modelo no qual não há "barreiras a entrada" mas há custos fixos de entrada.
- Considere que há um grande número de firmas idênticas que são potenciais entrantes nesse mercado.

- O modelo analisado da cidade linear era um duopólio.
- Vamos agora considerar um número maior de firmas.
- Ou seja, vamos estudar um modelo no qual não há “barreiras a entrada” mas há custos fixos de entrada.
- Considere que há um grande número de firmas idênticas que são potenciais entrantes nesse mercado.

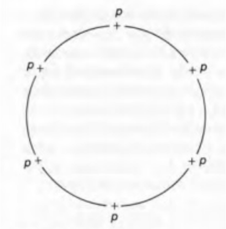
- O espaço do produto é homogêneo (nenhuma localização é a priori melhor do que outra).
- Salop (1979): Cidade circular com uma distribuição uniforme de consumidores em seu perímetro unitário.
- As firmas também estão localizadas em torno do círculo e produzem produtos fisicamente iguais.



- O espaço do produto é homogêneo (nenhuma localização é a priori melhor do que outra).
- Salop (1979): Cidade circular com uma distribuição uniforme de consumidores em seu perímetro unitário.
- As firmas também estão localizadas em torno do círculo e produzem produtos fisicamente iguais.



- O espaço do produto é homogêneo (nenhuma localização é a priori melhor do que outra).
- Salop (1979): Cidade circular com uma distribuição uniforme de consumidores em seu perímetro unitário.
- As firmas também estão localizadas em torno do círculo e produzem produtos fisicamente iguais.



- Os consumidores desejam comprar uma única unidade do bem e tem custo de transporte/deslocamente dado por t, por unidade percorrida.
- Benefício do consumidor em demandar o bem: $\bar{s}$.
- Cada firma se localiza em apenas um ponto.
- Existe um custo fixo de entrada dado por f.
- Uma vez que a firma entrou e se localizou em algum ponto, tem custo marginal constante dado por c (menor do que $\bar{s}$).

- Os consumidores desejam comprar uma única unidade do bem e tem custo de transporte/deslocamente dado por t, por unidade percorrida.
- Benefício do consumidor em demandar o bem: $\bar{s}$.
- Cada firma se localiza em apenas um ponto.
- Existe um custo fixo de entrada dado por f.
- Uma vez que a firma entrou e se localizou em algum ponto, tem custo marginal constante dado por c (menor do que $\bar{s}$).

- Os consumidores desejam comprar uma única unidade do bem e tem custo de transporte/deslocamente dado por t, por unidade percorrida.
- Benefício do consumidor em demandar o bem: $\bar{s}$.
- Cada firma se localiza em apenas um ponto.
- Existe um custo fixo de entrada dado por f.
- Uma vez que a firma entrou e se localizou em algum ponto, tem custo marginal constante dado por c (menor do que $\bar{s}$).

- Os consumidores desejam comprar uma única unidade do bem e tem custo de transporte/deslocamente dado por t, por unidade percorrida.
- Benefício do consumidor em demandar o bem: $\bar{s}$.
- Cada firma se localiza em apenas um ponto.
- Existe um custo fixo de entrada dado por f.
- Uma vez que a firma entrou e se localizou em algum ponto, tem custo marginal constante dado por c (menor do que $\bar{s}$).

- Os consumidores desejam comprar uma única unidade do bem e tem custo de transporte/deslocamente dado por t, por unidade percorrida.
- Benefício do consumidor em demandar o bem: $\bar{s}$.
- Cada firma se localiza em apenas um ponto.
- Existe um custo fixo de entrada dado por f.
- Uma vez que a firma entrou e se localizou em algum ponto, tem custo marginal constante dado por c (menor do que $\bar{s}$).

- O lucro de cada firma é dado por

$$\Pi_i = \begin{cases} (p_i - c)D_i - f, & \text{se entra no mercado} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} .$$

- Jogo em dois estágios:

1. Entrantes potenciais decidem simultaneamente se entram ou não no mercado.
2. Firmas que entraram competem em preços dadas suas localizações.

- O lucro de cada firma é dado por

$$\Pi_i = \begin{cases} (p_i - c)D_i - f, & se\ entra\ no\ mercado \\ 0, & caso\ contr\acute{a}rio \end{cases}.$$

- Jogo em dois estágios:

1. Entrantes potenciais decidem simultaneamente se entram ou não no mercado.
2. Firmas que entraram competem em preços dadas suas localizações.

- O lucro de cada firma é dado por

$$\Pi_i = \begin{cases} (p_i - c)D_i - f, & \textit{se entra no mercado} \\ 0, & \textit{caso contrário} \end{cases}.$$

- Jogo em dois estágios:

1. Entrantes potenciais decidem simultaneamente se entram ou não no mercado.
2. Firmas que entraram competem em preços dadas suas localizações.

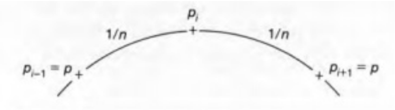
- O lucro de cada firma é dado por

$$\Pi_i = \begin{cases} (p_i - c)D_i - f, & \textit{se entra no mercado} \\ 0, & \textit{caso contrário} \end{cases}.$$

- Jogo em dois estágios:

1. Entrantes potenciais decidem simultaneamente se entram ou não no mercado.
2. Firmas que entraram competem em preços dadas suas localizações.

- Seja n o número de firmas que entram no mercado.
- Essas firmas não escolhem sua localização, mas sim são equidistantemente localizadas umas das outras.
- Ou seja, a **diferenciação máxima é exogenamente imposta**.



- Assumimos livre entrada ao considerarmos que existia um grande número de firmas idênticas como potencial entrantes.
- Logo, **o lucro em equilíbrio das firmas entrantes será zero**.

- Seja n o número de firmas que entram no mercado.
- Essas firmas não escolhem sua localização, mas sim são equidistantemente localizadas umas das outras.
- Ou seja, a **diferenciação máxima é exogenamente imposta**.

- Assumimos livre entrada ao considerarmos que existia um grande número de firmas idênticas como potencial entrantes.
- Logo, **o lucro em equilíbrio das firmas entrantes será zero**.

- Seja n o número de firmas que entram no mercado.
- Essas firmas não escolhem sua localização, mas sim são equidistantemente localizadas umas das outras.
- Ou seja, a **diferenciação máxima é exogenamente imposta**.

- Assumimos livre entrada ao considerarmos que existia um grande número de firmas idênticas como potencial entrantes.
- Logo, **o lucro em equilíbrio das firmas entrantes será zero**.

- Seja n o número de firmas que entram no mercado.
- Essas firmas não escolhem sua localização, mas sim são equidistantemente localizadas umas das outras.
- Ou seja, a **diferenciação máxima é exogenamente imposta**.

- Assumimos livre entrada ao considerarmos que existia um grande número de firmas idênticas como potencial entrantes.
- Logo, **o lucro em equilíbrio das firmas entrantes será zero.**

- Seja n o número de firmas que entram no mercado.
- Essas firmas não escolhem sua localização, mas sim são equidistantemente localizadas umas das outras.
- Ou seja, a **diferenciação máxima é exogenamente imposta**.

- Assumimos livre entrada ao considerarmos que existia um grande número de firmas idênticas como potencial entrantes.
- Logo, **o lucro em equilíbrio das firmas entrantes será zero**.

- Metodologia (indução retroativa):

1. determinar o preço de equilíbrio de Nash para um certo número de firmas e calcular a forma funcional reduzida do lucro de cada uma delas;
2. determinar o equilíbrio de Nash no jogo de entrada.

- Por indução retroativa, assuma que n firmas tenham entrado no mercado.

- Porque elas são localizadas simetricamente e tem mesmo custo marginal, faz sentido olharmos *ex-post* para um equilíbrio no qual elas escolhem mesmo preço p.

- Metodologia (indução retroativa):

1. determinar o preço de equilíbrio de Nash para um certo número de firmas e calcular a forma funcional reduzida do lucro de cada uma delas;
2. determinar o equilíbrio de Nash no jogo de entrada.

- Por indução retroativa, assuma que n firmas tenham entrado no mercado.

- Porque elas são localizadas simetricamente e tem mesmo custo marginal, faz sentido olharmos *ex-post* para um equilíbrio no qual elas escolhem mesmo preço p.

- Metodologia (indução retroativa):

1. determinar o preço de equilíbrio de Nash para um certo número de firmas e calcular a forma funcional reduzida do lucro de cada uma delas;
2. determinar o equilíbrio de Nash no jogo de entrada.

- Por indução retroativa, assuma que n firmas tenham entrado no mercado.

- Porque elas são localizadas simetricamente e tem mesmo custo marginal, faz sentido olharmos *ex-post* para um equilíbrio no qual elas escolhem mesmo preço p.

- Metodologia (indução retroativa):

1. determinar o preço de equilíbrio de Nash para um certo número de firmas e calcular a forma funcional reduzida do lucro de cada uma delas;
2. determinar o equilíbrio de Nash no jogo de entrada.

- Por indução retroativa, assuma que n firmas tenham entrado no mercado.

- Porque elas são localizadas simetricamente e tem mesmo custo marginal, faz sentido olharmos *ex-post* para um equilíbrio no qual elas escolhem mesmo preço p.

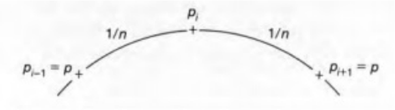
- Metodologia (indução retroativa):

1. determinar o preço de equilíbrio de Nash para um certo número de firmas e calcular a forma funcional reduzida do lucro de cada uma delas;
2. determinar o equilíbrio de Nash no jogo de entrada.

- Por indução retroativa, assuma que n firmas tenham entrado no mercado.

- Porque elas são localizadas simetricamente e tem mesmo custo marginal, faz sentido olharmos *ex-post* para um equilíbrio no qual elas escolhem mesmo preço p.

- Vamos considerar que existem firmas suficientes no mercado para garantir competição entre elas (o custo fixo de entrada f não é muito alto).



- A firma i tem apenas dois competidores reais, ou seja, as duas firmas em torno dela.
- Suponha que essa firma i escolha um preço

$$p_i.$$

- Vamos considerar que existem firmas suficientes no mercado para garantir competição entre elas (o custo fixo de entrada f não é muito alto).

- A firma i tem apenas dois competidores reais, ou seja, as duas firmas em torno dela.
- Suponha que essa firma i escolha um preço

$$p_i.$$

- Vamos considerar que existem firmas suficientes no mercado para garantir competição entre elas (o custo fixo de entrada f não é muito alto).

- A firma i tem apenas dois competidores reais, ou seja, as duas firmas em torno dela.
- Suponha que essa firma i escolha um preço

$$p_i.$$

- Um consumidor localizado a uma distância

$$x \in \left(0, \frac{1}{n}\right)$$

da firma i está indiferente entre comprar da firma i e da firma na vizinhança mais próxima de i se

$$p_i + tx = p + t\left(\frac{1}{n} - x\right).$$

- Ou seja, a firma i tem demanda dada por

$$D_i(p_i, p) = 2x = \frac{p + \frac{t}{n} - p_i}{t}.$$

- Um consumidor localizado a uma distância

$$x \in \left(0, \frac{1}{n}\right)$$

da firma i está indiferente entre comprar da firma i e da firma na vizinhança mais próxima de i se

$$p_i + tx = p + t\left(\frac{1}{n} - x\right).$$

- Ou seja, a firma i tem demanda dada por

$$D_i(p_i, p) = 2x = \frac{p + \frac{t}{n} - p_i}{t}.$$

- Assim, a firma i deseja maximizar

$$\max_{p_i} \left[(p_i - c) \left(\frac{p + \frac{t}{n} - p_i}{t} \right) - f \right]$$

- Diferenciando com relação a p_i e considerando que em equilíbrio $p_i = p$ (simetria do problema), temos que

$$p = c + \frac{t}{n}.$$

- **Observação**: esse resultado é o mesmo encontrado na cidade linear.
- O lucro marginal $(p - c)$ decresce com n!

- Assim, a firma i deseja maximizar

$$\max_{p_i}\left[(p_i - c)\left(\frac{p + \frac{t}{n} - p_i}{t}\right) - f\right]$$

- Diferenciando com relação a p_i e considerando que em equilíbrio $p_i = p$ (simetria do problema), temos que

$$p = c + \frac{t}{n}.$$

- **Observação**: esse resultado é o mesmo encontrado na cidade linear.

- O lucro marginal $(p - c)$ decresce com n!

- Assim, a firma i deseja maximizar

$$\max_{p_i} \left[(p_i - c) \left(\frac{p + \frac{t}{n} - p_i}{t} \right) - f \right]$$

- Diferenciando com relação a p_i e considerando que em equilíbrio $p_i = p$ (simetria do problema), temos que

$$p = c + \frac{t}{n}.$$

- **Observação**: esse resultado é o mesmo encontrado na cidade linear.

- O lucro marginal $(p - c)$ decresce com n!

- Assim, a firma i deseja maximizar

$$\max_{p_i} \left[(p_i - c) \left(\frac{p + \frac{t}{n} - p_i}{t} \right) - f \right]$$

- Diferenciando com relação a p_i e considerando que em equilíbrio $p_i = p$ (simetria do problema), temos que

$$p = c + \frac{t}{n}.$$

- **Observação**: esse resultado é o mesmo encontrado na cidade linear.

- O lucro marginal $(p - c)$ decresce com n!

- No entanto, o número de firmas é endógeno: determinado a partir da condição de lucro nulo das firmas existentes

$$(p-c)\frac{1}{n}-f=\frac{t}{n^2}-f=0.$$

- Ou seja, o número de firmas e o preço de mercado em uma situação de competição imperfeita com livre entrada, são, respectivamente

$$n^c=\sqrt{\frac{t}{f}}$$

e

$$p^c=c+\sqrt{tf}.$$

- No entanto, o número de firmas é endógeno: determinado a partir da condição de lucro nulo das firmas existentes

$$(p-c)\frac{1}{n}-f=\frac{t}{n^2}-f=0.$$

- Ou seja, o número de firmas e o preço de mercado em uma situação de competição imperfeita com livre entrada, são, respectivamente

$$n^c=\sqrt{\frac{t}{f}}$$

e

$$p^c=c+\sqrt{tf}.$$

- Um aspecto importante dos modelos desse tipo é que, apesar das firmas escolhem preços acima do custo marginal, elas não auferem lucro positivo (custo médio diferente do custo marginal pois tem custo fixo!).
- Ou seja, as firmas tem poder de mercado (se este for medido pelo preço acima do custo marginal), mas recebem lucro nulo.
- Observe que um aumento no custo fixo leva a uma redução no número de firmas em equilíbrio e a um aumento do lucro marginal ($p^c - c$).

- Um aspecto importante dos modelos desse tipo é que, apesar das firmas escolhem preços acima do custo marginal, elas não auferem lucro positivo (custo médio diferente do custo marginal pois tem custo fixo!).

- Ou seja, as firmas tem poder de mercado (se este for medido pelo preço acima do custo marginal), mas recebem lucro nulo.

- Observe que um aumento no custo fixo leva a uma redução no número de firmas em equilíbrio e a um aumento do lucro marginal $(p^c - c)$.

- Um aspecto importante dos modelos desse tipo é que, apesar das firmas escolhem preços acima do custo marginal, elas não auferem lucro positivo (custo médio diferente do custo marginal pois tem custo fixo!).
- Ou seja, as firmas tem poder de mercado (se este for medido pelo preço acima do custo marginal), mas recebem lucro nulo.
- **Observe que um aumento no custo fixo leva a uma redução no número de firmas em equilíbrio e a um aumento do lucro marginal** $(p^c - c)$.

- **Quando o custo fixo de entrada converge para zero, o número de firmas que entram no mercado aumenta e tende a infinito, e o preço de mercado tende ao custo marginal.**

- Ou seja, com custos de entrada muito baixos, cada consumidor compra o produto muito próximo do seu produto preferido, e o mercado é aproximadamente competitivo.

- Vamos comparar esse equilíbrio de livre entrada com a alocação que seria escolhida por um planejador social.

- **Quando o custo fixo de entrada converge para zero, o número de firmas que entram no mercado aumenta e tende a infinito, e o preço de mercado tende ao custo marginal.**

- Ou seja, com custos de entrada muito baixos, cada consumidor compra o produto muito próximo do seu produto preferido, e o mercado é aproximadamente competitivo.

- Vamos comparar esse equilíbrio de livre entrada com a alocação que seria escolhida por um planejador social.

- **Quando o custo fixo de entrada converge para zero, o número de firmas que entram no mercado aumenta e tende a infinito, e o preço de mercado tende ao custo marginal.**
- Ou seja, com custos de entrada muito baixos, cada consumidor compra o produto muito próximo do seu produto preferido, e o mercado é aproximadamente competitivo.
- Vamos comparar esse equilíbrio de livre entrada com a alocação que seria escolhida por um planejador social.

- Já sabemos que o preço escolhido pelas firmas é maior do que o custo marginal.
- No entanto, nesse caso em que os consumidores recebem a mesma utilidade do consumo do bem e cada um consome apenas uma unidade, não há distorção.
- Ou seja, a quantidade demanda – uma unidade – não é afetada pelo mark-up (não há distorção alocativa).
- Então, o lucro marginal é apenas uma transferência monetária dos consumidores para as firmas.

- Já sabemos que o preço escolhido pelas firmas é maior do que o custo marginal.
- No entanto, nesse caso em que os consumidores recebem a mesma utilidade do consumo do bem e cada um consome apenas uma unidade, não há distorção.
- Ou seja, a quantidade demanda – uma unidade – não é afetada pelo mark-up (não há distorção alocativa).
- Então, o lucro marginal é apenas uma transferência monetária dos consumidores para as firmas.

- Já sabemos que o preço escolhido pelas firmas é maior do que o custo marginal.
- No entanto, nesse caso em que os consumidores recebem a mesma utilidade do consumo do bem e cada um consome apenas uma unidade, não há distorção.
- Ou seja, a quantidade demanda – uma unidade – não é afetada pelo mark-up (não há distorção alocativa).
- Então, o lucro marginal é apenas uma transferência monetária dos consumidores para as firmas.

- Já sabemos que o preço escolhido pelas firmas é maior do que o custo marginal.
- No entanto, nesse caso em que os consumidores recebem a mesma utilidade do consumo do bem e cada um consome apenas uma unidade, não há distorção.
- Ou seja, a quantidade demanda – uma unidade – não é afetada pelo mark-up (não há distorção alocativa).
- Então, o lucro marginal é apenas uma transferência monetária dos consumidores para as firmas.

- A questão é se existem muitas ou poucas firmas em relação ao ótimo social.
- Um planejador iria escolher n^* a partir da minimização dos custos: a soma dos custos fixos e dos custos de transporte para os consumidores

$$\min_n \left[nf + nt \left(2 \int_0^{\frac{1}{2n}} x dx \right) \right],$$

ou seja,

$$\min_n \left(nf + \frac{t}{4n} \right).$$

- A questão é se existem muitas ou poucas firmas em relação ao ótimo social.
- Um planejador iria escolher n^* a partir da minimização dos custos: a soma dos custos fixos e dos custos de transporte para os consumidores

$$\min_n \left[nf + nt \left(2 \int_0^{\frac{1}{2n}} x dx \right) \right],$$

ou seja,

$$\min_n \left(nf + \frac{t}{4n} \right).$$

- Isso nos permite identificar que

$$n^* = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{f}} = \frac{1}{2}n^c.$$

- O que significa que o mercado leva a um equilíbrio com mais firmas do que o socialmente desejado!
- Ou seja, em um equilíbrio de mercado temos como resultado um número de firmas maior do que o ótimo social.

- Isso nos permite identificar que

$$n^* = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{f}} = \frac{1}{2}n^c.$$

- O que significa que o mercado leva a um equilíbrio com mais firmas do que o socialmente desejado!
- Ou seja, em um equilíbrio de mercado temos como resultado um número de firmas maior do que o ótimo social.

- Isso nos permite identificar que

$$n^* = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{t}{f}} = \frac{1}{2}n^c.$$

- O que significa que o mercado leva a um equilíbrio com mais firmas do que o socialmente desejado!
- Ou seja, em um equilíbrio de mercado temos como resultado um número de firmas maior do que o ótimo social.

- Os incentivos privados e sociais de entrar nesse mercado não coincidem.
- A entrada das firmas nesse mercado é socialmente desejável por reduzir o custo de deslocamento dos consumidores, mas a cada nova entrada há o custo fixo.
- Em contraste, o incentivo privado para entrar está relacionado com a ideia de roubar negócios de outras firmas enquanto ainda há mark-up (preço acima do custo marginal).

- Os incentivos privados e sociais de entrar nesse mercado não coincidem.
- A entrada das firmas nesse mercado é socialmente desejável por reduzir o custo de deslocamento dos consumidores, mas a cada nova entrada há o custo fixo.
- Em contraste, o incentivo privado para entrar está relacionado com a ideia de roubar negócios de outras firmas enquanto ainda há mark-up (preço acima do custo marginal).

- Os incentivos privados e sociais de entrar nesse mercado não coincidem.
- A entrada das firmas nesse mercado é socialmente desejável por reduzir o custo de deslocamento dos consumidores, mas a cada nova entrada há o custo fixo.
- Em contraste, o incentivo privado para entrar está relacionado com a ideia de roubar negócios de outras firmas enquanto ainda há mark-up (preço acima do custo marginal).

Diferenciação máxima ou mínima?

- Em alguns casos existem razões técnicas ou legais para que a competição por preços seja limitada: ausência de competição por preços.
- O que se observa é que o incentivo para se diferenciar os produtos se reduz quando as firmas não competem por preços.
- Hotelling (1929) enunciou o princípio da diferenciação mínima nessas circunstâncias.

Diferenciação máxima ou mínima?

- Em alguns casos existem razões técnicas ou legais para que a competição por preços seja limitada: ausência de competição por preços.
- **O que se observa é que o incentivo para se diferenciar os produtos se reduz quando as firmas não competem por preços.**
- Hotelling (1929) enunciou o princípio da diferenciação mínima nessas circunstâncias.

Diferenciação máxima ou mínima?

- Em alguns casos existem razões técnicas ou legais para que a competição por preços seja limitada: ausência de competição por preços.
- **O que se observa é que o incentivo para se diferenciar os produtos se reduz quando as firmas não competem por preços.**
- Hotelling (1929) enunciou o princípio da diferenciação mínima nessas circunstâncias.

- Para verificarmos a diferenciação mínima, considere o modelo da cidade linear com duas firmas.
- Suponha que o **preço**, $p > c$, **é exogenamente fixado**, e que cada firma escolhe sua localização no segmento de tamanho unitário com consumidores uniformente distribuídos ao longo dele.
- Firmas dividem igualmente o mercado caso se localizem no mesmo ponto.
- Como o preço e o lucro marginal são fixos, as firmas escolhem suas localizações com o intuito de maximizarem suas demandas.

- Para verificarmos a diferenciação mínima, considere o modelo da cidade linear com duas firmas.
- Suponha que o **preço,** $p > c$**, é exogenamente fixado**, e que cada firma escolhe sua localização no segmento de tamanho unitário com consumidores uniformente distribuídos ao longo dele.
- Firmas dividem igualmente o mercado caso se localizem no mesmo ponto.
- Como o preço e o lucro marginal são fixos, as firmas escolhem suas localizações com o intuito de maximizarem suas demandas.

- Para verificarmos a diferenciação mínima, considere o modelo da cidade linear com duas firmas.
- Suponha que o **preço,** $p > c$**, é exogenamente fixado**, e que cada firma escolhe sua localização no segmento de tamanho unitário com consumidores uniformente distribuídos ao longo dele.
- Firmas dividem igualmente o mercado caso se localizem no mesmo ponto.
- Como o preço e o lucro marginal são fixos, as firmas escolhem suas localizações com o intuito de maximizarem suas demandas.

- Para verificarmos a diferenciação mínima, considere o modelo da cidade linear com duas firmas.
- Suponha que o **preço,** $p > c$**, é exogenamente fixado**, e que cada firma escolhe sua localização no segmento de tamanho unitário com consumidores uniformente distribuídos ao longo dele.
- Firmas dividem igualmente o mercado caso se localizem no mesmo ponto.
- Como o preço e o lucro marginal são fixos, as firmas escolhem suas localizações com o intuito de maximizarem suas demandas.

- Suponha que a firma 1 se localiza no ponto a e a firma 2 no ponto $1-b$, onde, sem perda de generalidade, $0 \leq a \leq 1-b \leq 1$.
- Considere que as localizações sejam diferentes: $a < 1-b$.
- A demanda da firma 1 é dada por
$$a + \frac{1-b-a}{2},$$
que é crescente com sua localização a.
- Ou seja, a firma 1 tem incentivo em se mover na direção da firma 2.

- Suponha que a firma 1 se localiza no ponto a e a firma 2 no ponto $1-b$, onde, sem perda de generalidade, $0 \leq a \leq 1-b \leq 1$.
- Considere que as localizações sejam diferentes: $a < 1-b$.
- A demanda da firma 1 é dada por

$$a + \frac{1-b-a}{2},$$

que é crescente com sua localização a.

- Ou seja, a firma 1 tem incentivo em se mover na direção da firma 2.

- Suponha que a firma 1 se localiza no ponto a e a firma 2 no ponto $1-b$, onde, sem perda de generalidade, $0 \leq a \leq 1-b \leq 1$.
- Considere que as localizações sejam diferentes: $a < 1-b$.
- A demanda da firma 1 é dada por

$$a + \frac{1-b-a}{2},$$

que é crescente com sua localização a.

- Ou seja, a firma 1 tem incentivo em se mover na direção da firma 2.

- Suponha que a firma 1 se localiza no ponto a e a firma 2 no ponto $1-b$, onde, sem perda de generalidade, $0 \leq a \leq 1-b \leq 1$.
- Considere que as localizações sejam diferentes: $a < 1-b$.
- A demanda da firma 1 é dada por

$$a + \frac{1-b-a}{2},$$

  que é crescente com sua localização a.
- Ou seja, a firma 1 tem incentivo em se mover na direção da firma 2.

- Analogamento, como a demanda da firma 2 é dada por

$$b + \frac{1 - b - a}{2},$$

esta também tem incentivo a se mover em direção à firma 1.

- Isso é natural pois as firmas estão competindo pelos consumidores localizados entre elas.
- Portanto, temos que em equilíbrio as localizações são idênticas:

$$a = 1 - b.$$

- Analogamento, como a demanda da firma 2 é dada por

$$b + \frac{1-b-a}{2},$$

esta também tem incentivo a se mover em direção à firma 1.

- Isso é natural pois as firmas estão competindo pelos consumidores localizados entre elas.

- Portanto, temos que em equilíbrio as localizações são idênticas:

$$a = 1 - b.$$

- Analogamento, como a demanda da firma 2 é dada por

$$b + \frac{1-b-a}{2},$$

  esta também tem incentivo a se mover em direção à firma 1.

- Isso é natural pois as firmas estão competindo pelos consumidores localizados entre elas.

- Portanto, temos que em equilíbrio as localizações são idênticas:

$$a = 1 - b.$$

- **Conclusão: ambas as firmas desejarão se mover para o centro e não terão incentivo a sair dessa localização.**
- Portanto, o único equilíbrio é dado pelas duas firmas se localizarem no centro da cidade linear.
- Observe que, nesse caso, os produtos estão socialmente muito próximos.
- Os custos de transporte poderiam ser reduzidos se as firmas se afastassem do centro.

- **Conclusão: ambas as firmas desejarão se mover para o centro e não terão incentivo a sair dessa localização.**
- Portanto, o único equilíbrio é dado pelas duas firmas se localizarem no centro da cidade linear.
- Observe que, nesse caso, os produtos estão socialmente muito próximos.
- Os custos de transporte poderiam ser reduzidos se as firmas se afastassem do centro.

- **Conclusão: ambas as firmas desejarão se mover para o centro e não terão incentivo a sair dessa localização.**
- Portanto, o único equilíbrio é dado pelas duas firmas se localizarem no centro da cidade linear.
- Observe que, nesse caso, os produtos estão socialmente muito próximos.
- Os custos de transporte poderiam ser reduzidos se as firmas se afastassem do centro.

- **Conclusão: ambas as firmas desejarão se mover para o centro e não terão incentivo a sair dessa localização**.
- Portanto, o único equilíbrio é dado pelas duas firmas se localizarem no centro da cidade linear.
- Observe que, nesse caso, os produtos estão socialmente muito próximos.
- Os custos de transporte poderiam ser reduzidos se as firmas se afastassem do centro.

Diferenciação Vertical

- Todos os consumidores concordam sobre o conjunto de características preferível e, de modo geral, sobre a ordenação de preferência.
- Um exemplo típico é qualidade.
- Muitos concordam que maior qualidade é preferível: por exemplo, um Volvo é preferível a um Ford.
- **A preços iguais, existe uma ordenação natural sobre o espaço de características.**

Diferenciação Vertical

- Todos os consumidores concordam sobre o conjunto de características preferível e, de modo geral, sobre a ordenação de preferência.
- Um exemplo típico é qualidade.
- Muitos concordam que maior qualidade é preferível: por exemplo, um Volvo é preferível a um Ford.
- **A preços iguais, existe uma ordenação natural sobre o espaço de características.**

Diferenciação Vertical

- Todos os consumidores concordam sobre o conjunto de características preferível e, de modo geral, sobre a ordenação de preferência.
- Um exemplo típico é qualidade.
- Muitos concordam que maior qualidade é preferível: por exemplo, um Volvo é preferível a um Ford.
- A preços iguais, existe uma ordenação natural sobre o espaço de características.

Diferenciação Vertical

- Todos os consumidores concordam sobre o conjunto de características preferível e, de modo geral, sobre a ordenação de preferência.
- Um exemplo típico é qualidade.
- Muitos concordam que maior qualidade é preferível: por exemplo, um Volvo é preferível a um Ford.
- **A preços iguais, existe uma ordenação natural sobre o espaço de características.**

- Consumidor consome uma ou zero unidades de um bem.
- Esse bem é caracterizado por um índice de qualidade s (número real positivo).
- Um consumidor tem a seguinte preferência:

$$U = \begin{cases} \theta s - p, & \text{se compra uma unidade do bem de qualidade } s \\ 0, & \text{se não compra o bem} \end{cases}.$$

- A utilidade é separável em qualidade e preço.
- θ (número real positivo) é o parâmetro de preferência de cada consumidor.

- Consumidor consome uma ou zero unidades de um bem.
- Esse bem é caracterizado por um índice de qualidade s (número real positivo).
- Um consumidor tem a seguinte preferência:

$$U = \begin{cases} \theta s - p, & \text{se compra uma unidade do bem de qualidade } s \\ 0, & \text{se não compra o bem} \end{cases} .$$

- A utilidade é separável em qualidade e preço.
- θ (número real positivo) é o parâmetro de preferência de cada consumidor.

- Consumidor consome uma ou zero unidades de um bem.
- Esse bem é caracterizado por um índice de qualidade s (número real positivo).
- Um consumidor tem a seguinte preferência:

$$U = \begin{cases} \theta s - p, & \text{se compra uma unidade do bem de qualidade } s \\ 0, & \text{se não compra o bem} \end{cases}.$$

- A utilidade é separável em qualidade e preço.
- θ (número real positivo) é o parâmetro de preferência de cada consumidor.

- Consumidor consome uma ou zero unidades de um bem.
- Esse bem é caracterizado por um índice de qualidade s (número real positivo).
- Um consumidor tem a seguinte preferência:

$$U = \begin{cases} \theta s - p, & \text{se compra uma unidade do bem de qualidade } s \\ 0, & \text{se não compra o bem} \end{cases} .$$

- A utilidade é separável em qualidade e preço.
- θ (número real positivo) é o parâmetro de preferência de cada consumidor.

- Consumidor consome uma ou zero unidades de um bem.
- Esse bem é caracterizado por um índice de qualidade s (número real positivo).
- Um consumidor tem a seguinte preferência:

$$U = \begin{cases} \theta s - p, & \text{se compra uma unidade do bem de qualidade } s \\ 0, & \text{se não compra o bem} \end{cases} .$$

- A utilidade é separável em qualidade e preço.
- θ (número real positivo) é o parâmetro de preferência de cada consumidor.

- Todos os consumidores preferem alta qualidade a um dado nível de preço.
- No entanto, consumidores com um alto parâmetro de preferência θ estão mais dispostos a pagar para obterem qualidade alta.
- θ é distribuído na economia de acordo com um função densidade $f(\theta)$, com função distribuição acumulada $F(\theta)$ no intervalo $[0, +\infty)$, onde $F(0) = 0$ e $F(+\infty) = 1$.
- Ou seja, $F(\theta)$ é a fração de consumidores com parâmetro de preferência menor do que θ.

- Todos os consumidores preferem alta qualidade a um dado nível de preço.

- No entanto, consumidores com um alto parâmetro de preferência θ estão mais dispostos a pagar para obterem qualidade alta.

- θ é distribuído na economia de acordo com um função densidade $f(\theta)$, com função distribuição acumulada $F(\theta)$ no intervalo $[0, +\infty)$, onde $F(0) = 0$ e $F(+\infty) = 1$.

- Ou seja, $F(\theta)$ é a fração de consumidores com parâmetro de preferência menor do que θ.

- Todos os consumidores preferem alta qualidade a um dado nível de preço.
- No entanto, consumidores com um alto parâmetro de preferência θ estão mais dispostos a pagar para obterem qualidade alta.
- θ é distribuído na economia de acordo com um função densidade $f(\theta)$, com função distribuição acumulada $F(\theta)$ no intervalo $[0, +\infty)$, onde $F(0) = 0$ e $F(+\infty) = 1$.
- Ou seja, $F(\theta)$ é a fração de consumidores com parâmetro de preferência menor do que θ.

- Todos os consumidores preferem alta qualidade a um dado nível de preço.
- No entanto, consumidores com um alto parâmetro de preferência θ estão mais dispostos a pagar para obterem qualidade alta.
- θ é distribuído na economia de acordo com um função densidade $f(\theta)$, com função distribuição acumulada $F(\theta)$ no intervalo $[0, +\infty)$, onde $F(0) = 0$ e $F(+\infty) = 1$.
- Ou seja, $F(\theta)$ é a fração de consumidores com parâmetro de preferência menor do que θ.

- Função demanda: se somente uma qualidade, s, é oferecida a um preço p, a demanda por esse bem é igual ao número de consumidores com parâmetro de preferência θ tal que

$$\theta s - p \geq 0,$$

ou seja,

$$\theta \geq \frac{p}{s}.$$

- Em outras palavras, a demanda pelo bem é

$$D(p) = N\left[1 - F\left(\frac{p}{s}\right)\right],$$

onde N é o número total de consumidores.

- Função demanda: se somente uma qualidade, s, é oferecida a um preço p, a demanda por esse bem é igual ao número de consumidores com parâmetro de preferência θ tal que

$$\theta s - p \geq 0,$$

ou seja,

$$\theta \geq \frac{p}{s}.$$

- Em outras palavras, a demanda pelo bem é

$$D(p) = N\left[1 - F\left(\frac{p}{s}\right)\right],$$

onde N é o número total de consumidores.

- Se existirem muitas qualidades oferecidas no mercado, os consumidores escolhem entre essas qualidades assim como escolhem se compram ou não o bem.

- Suponha, por exemplo, que um bem de duas qualidades, $s_1 < s_2$, é vendido, respectivamente, a preços $p_1 < p_2$.

- Assuma que a "qualidade por unidade monetária" é maior para o bem de qualidade 2, ou seja,

$$\frac{s_2}{p_2} \geq \frac{s_1}{p_1}.$$

- Se existirem muitas qualidades oferecidas no mercado, os consumidores escolhem entre essas qualidades assim como escolhem se compram ou não o bem.

- Suponha, por exemplo, que um bem de duas qualidades, $s_1 < s_2$, é vendido, respectivamente, a preços $p_1 < p_2$.

- Assuma que a "qualidade por unidade monetária" é maior para o bem de qualidade 2, ou seja,

$$\frac{s_2}{p_2} \geq \frac{s_1}{p_1}.$$

- Se existirem muitas qualidades oferecidas no mercado, os consumidores escolhem entre essas qualidades assim como escolhem se compram ou não o bem.

- Suponha, por exemplo, que um bem de duas qualidades, $s_1 < s_2$, é vendido, respectivamente, a preços $p_1 < p_2$.

- Assuma que a "qualidade por unidade monetária" é maior para o bem de qualidade 2, ou seja,

$$\frac{s_2}{p_2} \geq \frac{s_1}{p_1}.$$

- Um caso interessante ocorre quando o bem de baixa qualidade "não é dominado" e existe demanda para as duas empresas.
- Consumidor indiferente entre os dois produtos:

$$\tilde{\theta} = \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}.$$

- Consumidores com o parâmetro de preferência maior do que $\tilde{\theta}$ compram do bem de alta qualidade uma vez que

$$\theta s_2 - p_2 \geq \theta s_1 - p_1 \iff \theta \geq \tilde{\theta}.$$

- Consumidores com preferência menor do que $\tilde{\theta}$ mas maior do que $\frac{p_1}{s_1}$ (utilidade igual a zero), compram o bem de baixa qualidade, enquanto que os demais não demandam nenhum bem.

- Um caso interessante ocorre quando o bem de baixa qualidade "não é dominado" e existe demanda para as duas empresas.
- Consumidor indiferente entre os dois produtos:

$$\tilde{\theta} = \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}.$$

- Consumidores com o parâmetro de preferência maior do que $\tilde{\theta}$ compram do bem de alta qualidade uma vez que

$$\theta s_2 - p_2 \geq \theta s_1 - p_1 \;\Leftrightarrow\; \theta \geq \tilde{\theta}.$$

- Consumidores com preferência menor do que $\tilde{\theta}$ mas maior do que $\frac{p_1}{s_1}$ (utilidade igual a zero), compram o bem de baixa qualidade, enquanto que os demais não demandam nenhum bem.

- Um caso interessante ocorre quando o bem de baixa qualidade "não é dominado" e existe demanda para as duas empresas.
- Consumidor indiferente entre os dois produtos:

$$\tilde{\theta} = \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}.$$

- Consumidores com o parâmetro de preferência maior do que $\tilde{\theta}$ compram do bem de alta qualidade uma vez que

$$\theta s_2 - p_2 \geq \theta s_1 - p_1 \iff \theta \geq \tilde{\theta}.$$

- Consumidores com preferência menor do que $\tilde{\theta}$ mas maior do que $\frac{p_1}{s_1}$ (utilidade igual a zero), compram o bem de baixa qualidade, enquanto que os demais não demandam nenhum bem.

- Um caso interessante ocorre quando o bem de baixa qualidade "não é dominado" e existe demanda para as duas empresas.
- Consumidor indiferente entre os dois produtos:

$$\tilde{\theta} = \frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}.$$

- Consumidores com o parâmetro de preferência maior do que $\tilde{\theta}$ compram do bem de alta qualidade uma vez que

$$\theta s_2 - p_2 \geq \theta s_1 - p_1 \;\Leftrightarrow\; \theta \geq \tilde{\theta}.$$

- Consumidores com preferência menor do que $\tilde{\theta}$ mas maior do que $\frac{p_1}{s_1}$ (utilidade igual a zero), compram o bem de baixa qualidade, enquanto que os demais não demandam nenhum bem.

- Ou seja, as demandas são:

$$D_2(p_1, p_2) = N\left[1 - F\left(\frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}\right)\right]$$

e

$$D_1(p_1, p_2) = N\left[F\left(\frac{p_2 - p_1}{s_2 - s_1}\right) - F\left(\frac{p_1}{s_1}\right)\right].$$

- Competição oligopolística no qual há diferenciação por qualidade (vertical).
- Como o modelo horizontal, vamos primeiramente analisar competição por preços para uma dada qualidade fixa (por firma), e depois olharmos para essa escolha de qualidade ex ante.
- Como a análise da diferenciação vertical se assemelha à da diferenciação horizontal, vamos nos concentrar mais nos pontos de divergência.

- Competição oligopolística no qual há diferenciação por qualidade (vertical).
- Como o modelo horizontal, vamos primeiramente analisar competição por preços para uma dada qualidade fixa (por firma), e depois olharmos para essa escolha de qualidade ex ante.
- Como a análise da diferenciação vertical se assemelha à da diferenciação horizontal, vamos nos concentrar mais nos pontos de divergência.

- Competição oligopolística no qual há diferenciação por qualidade (vertical).
- Como o modelo horizontal, vamos primeiramente analisar competição por preços para uma dada qualidade fixa (por firma), e depois olharmos para essa escolha de qualidade ex ante.
- Como a análise da diferenciação vertical se assemelha à da diferenciação horizontal, vamos nos concentrar mais nos pontos de divergência.

- Considere mesma função utilidade $U = \theta s - p$ caso o consumidor consuma uma unidade do bem, e zero caso contrário.
- O parâmetro θ é uniformemente distribuído entre $\left[\underline{\theta}, \bar{\theta}\right]$, onde
$$\underline{\theta} \geq 0$$
e
$$\bar{\theta} = \underline{\theta} + 1.$$
- Existem duas firmas.

- Considere mesma função utilidade $U = \theta s - p$ caso o consumidor consuma uma unidade do bem, e zero caso contrário.
- O parâmetro θ é uniformemente distribuído entre $\left[\underline{\theta}, \bar{\theta}\right]$, onde

$$\underline{\theta} \geq 0$$

e

$$\bar{\theta} = \underline{\theta} + 1.$$

- Existem duas firmas.

- Considere mesma função utilidade $U = \theta s - p$ caso o consumidor consuma uma unidade do bem, e zero caso contrário.

- O parâmetro θ é uniformemente distribuído entre $\left[\underline{\theta}, \bar{\theta}\right]$, onde

$$\underline{\theta} \geq 0$$

e

$$\bar{\theta} = \underline{\theta} + 1.$$

- Existem duas firmas.

- A firma i produz um bem de qualidade s_i, onde $s_1 < s_2$, sendo o custo unitário da produção c (o custo é o mesmo para ambas as qualidades).

- Hipóteses:

1. $\bar{\theta} \geq 2\underline{\theta}$ (heterogeneidade dos consumidores);
2. $c + \frac{\bar{\theta}-2\underline{\theta}}{3}(s_2 - s_1) \leq \underline{\theta} s_1$ (mercado totalmente coberto).

- A firma i produz um bem de qualidade s_i, onde $s_1 < s_2$, sendo o custo unitário da produção c (o custo é o mesmo para ambas as qualidades).

- Hipóteses:

1. $\bar{\theta} \geq 2\underline{\theta}$ (heterogeneidade dos consumidores);
2. $c + \frac{\bar{\theta}-2\underline{\theta}}{3}(s_2 - s_1) \leq \underline{\theta} s_1$ (mercado totalmente coberto).

- A firma i produz um bem de qualidade s_i, onde $s_1 < s_2$, sendo o custo unitário da produção c (o custo é o mesmo para ambas as qualidades).

- Hipóteses:

1. $\bar{\theta} \geq 2\underline{\theta}$ (heterogeneidade dos consumidores);
2. $c + \frac{\bar{\theta}-2\underline{\theta}}{3}(s_2 - s_1) \leq \underline{\theta} s_1$ (mercado totalmente coberto).

- A firma i produz um bem de qualidade s_i, onde $s_1 < s_2$, sendo o custo unitário da produção c (o custo é o mesmo para ambas as qualidades).

- Hipóteses:

1. $\bar{\theta} \geq 2\underline{\theta}$ (heterogeneidade dos consumidores);
2. $c + \frac{\bar{\theta} - 2\underline{\theta}}{3}(s_2 - s_1) \leq \underline{\theta} s_1$ (mercado totalmente coberto).

- Seja

$$\triangle s = s_2 - s_1$$

o diferencial de qualidade, e

$$\bar{\triangle} = \bar{\theta}\triangle s$$

e

$$\underline{\triangle} = \underline{\theta}\triangle s$$

os valores monetários para esse diferencial de qualidade para o consumidor de demanda por qualidade alta e baixa, respectivamente.

- Vamos olhar para a competição em preços no qual todo o mercado é coberto.

- Seja

$$\triangle s = s_2 - s_1$$

o diferencial de qualidade, e

$$\bar{\triangle} = \bar{\theta} \triangle s$$

e

$$\underline{\triangle} = \underline{\theta} \triangle s$$

os valores monetários para esse diferencial de qualidade para o consumidor de demanda por qualidade alta e baixa, respectivamente.

- Vamos olhar para a competição em preços no qual todo o mercado é coberto.

- Consumidores de tipo alto compram o bem de qualidade alta, enquanto que consumidores de tipo baixo compram o bem de baixa qualidade.
- Um consumidor com parâmetro θ é indiferente entre as duas marcas se e somente se

$$\theta s_1 - p_1 = \theta s_2 - p_2.$$

- Isso implica a seguinte distribuição de demanda:

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1}{\triangle s} - \underline{\theta}$$

$$D_2(p_1, p_2) = \bar{\theta} - \frac{p_2 - p_1}{\triangle s}.$$

- Consumidores de tipo alto compram o bem de qualidade alta, enquanto que consumidores de tipo baixo compram o bem de baixa qualidade.

- Um consumidor com parâmetro θ é indiferente entre as duas marcas se e somente se

$$\theta s_1 - p_1 = \theta s_2 - p_2.$$

- Isso implica a seguinte distribuição de demanda:

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1}{\triangle s} - \underline{\theta}$$

$$D_2(p_1, p_2) = \bar{\theta} - \frac{p_2 - p_1}{\triangle s}.$$

- Consumidores de tipo alto compram o bem de qualidade alta, enquanto que consumidores de tipo baixo compram o bem de baixa qualidade.

- Um consumidor com parâmetro θ é indiferente entre as duas marcas se e somente se

$$\theta s_1 - p_1 = \theta s_2 - p_2.$$

- Isso implica a seguinte distribuição de demanda:

$$D_1(p_1, p_2) = \frac{p_2 - p_1}{\triangle s} - \underline{\theta}$$

$$D_2(p_1, p_2) = \bar{\theta} - \frac{p_2 - p_1}{\triangle s}.$$

- No equilíbrio de Nash, cada firma maximiza

$$(p_i - c)\, D_i(p_i, p_j)$$

com respeito a p_i.

- As funções de reação são

$$p_2 = R_2(p_1) = \frac{p_1 + c + \bar{\triangle}}{2}$$

$$p_1 = R_1(p_2) = \frac{p_2 + c - \underline{\triangle}}{2}.$$

- No equilíbrio de Nash, cada firma maximiza

$$(p_i - c)\, D_i(p_i, p_j)$$

  com respeito a p_i.

- As funções de reação são

$$p_2 = R_2(p_1) = \frac{p_1 + c + \bar{\triangle}}{2}$$

$$p_1 = R_1(p_2) = \frac{p_2 + c - \underline{\triangle}}{2}.$$

- O equilíbrio de Nash satisfaz $p_i^c = R_i(p_j^c)$, que implica

$$p_1^c = c + \frac{\bar{\triangle} - 2\underline{\triangle}}{3} = c + \frac{\bar{\theta} - 2\underline{\theta}}{3} \triangle s$$

e

$$p_2^c = c + \frac{2\bar{\triangle} - \underline{\triangle}}{3} = c + \frac{2\bar{\theta} - \underline{\theta}}{3} \triangle s > p_1^c.$$

- Isso define as seguintes demandas

$$D_1^c = \frac{\bar{\theta} - 2\underline{\theta}}{3}$$

e

$$D_2^c = \frac{2\bar{\theta} - \underline{\theta}}{3}.$$

- E os seguintes lucro

$$\Pi^1(s_1, s_2) = \frac{\left(\bar{\theta} - 2\underline{\theta}\right)^2 \triangle s}{9}$$

e

$$\Pi^2(s_1, s_2) = \frac{\left(2\bar{\theta} - \underline{\theta}\right)^2 \triangle s}{9}.$$

- Isso define as seguintes demandas

$$D_1^c = \frac{\bar{\theta} - 2\underline{\theta}}{3}$$

e

$$D_2^c = \frac{2\bar{\theta} - \underline{\theta}}{3}.$$

- E os seguintes lucro

$$\Pi^1(s_1, s_2) = \frac{\left(\bar{\theta} - 2\underline{\theta}\right)^2 \triangle s}{9}$$

e

$$\Pi^2(s_1, s_2) = \frac{\left(2\bar{\theta} - \underline{\theta}\right)^2 \triangle s}{9}.$$

- A firma de alta qualidade cobra um preço mais alto do que a firma de baixa qualidade, e também aufere lucro maior.
- Assim como no modelo horizontal, quando não há diferenciação das firmas ($\triangle s = 0$), elas cobram preço igual a custo marginal e não auferem lucro.
- Quando olhamos para a escolha da qualidade, obtemos o princípio da diferenciação.

- A firma de alta qualidade cobra um preço mais alto do que a firma de baixa qualidade, e também aufere lucro maior.
- Assim como no modelo horizontal, quando não há diferenciação das firmas ($\triangle s = 0$), elas cobram preço igual a custo marginal e não auferem lucro.
- Quando olhamos para a escolha da qualidade, obtemos o princípio da diferenciação.

- A firma de alta qualidade cobra um preço mais alto do que a firma de baixa qualidade, e também aufere lucro maior.

- Assim como no modelo horizontal, quando não há diferenciação das firmas ($\triangle s = 0$), elas cobram preço igual a custo marginal e não auferem lucro.

- Quando olhamos para a escolha da qualidade, obtemos o princípio da diferenciação.

- Considere agora um jogo em dois estágios no qual as firmas competem em qualidade (uma por firma) no primeiro estágio, e então competem por preço no segundo estágio.
- Assuma que a escolha por qualidade não tem custo.
- Suponha que a qualidade s deve pertencer ao intervalo $[\underline{s}, \bar{s}]$.

- Considere agora um jogo em dois estágios no qual as firmas competem em qualidade (uma por firma) no primeiro estágio, e então competem por preço no segundo estágio.
- Assuma que a escolha por qualidade não tem custo.
- Suponha que a qualidade s deve pertencer ao intervalo $[\underline{s}, \bar{s}]$.

- Considere agora um jogo em dois estágios no qual as firmas competem em qualidade (uma por firma) no primeiro estágio, e então competem por preço no segundo estágio.
- Assuma que a escolha por qualidade não tem custo.
- Suponha que a qualidade s deve pertencer ao intervalo $[\underline{s}, \bar{s}]$.

- No primeiro estágio, a firma 1 escolhe s_1 que maximiza

$$\Pi^1(s_1, s_2),$$

e a firma 2 escolhe s_2 que maximiza

$$\Pi^2(s_1, s_2).$$

- Como as firmas não auferem lucro se não se diferenciam, s_1 e s_2 irão ser diferentes em equilíbrio.

- No primeiro estágio, a firma 1 escolhe s_1 que maximiza

$$\Pi^1(s_1, s_2),$$

  e a firma 2 escolhe s_2 que maximiza

$$\Pi^2(s_1, s_2).$$

- Como as firmas não auferem lucro se não se diferenciam, s_1 e s_2 irão ser diferentes em equilíbrio.

- Suponha, por exemplo, que $s_1 < s_2$.
- **Conclusão**: Porque o lucro das duas firmas será maior quanto maior a diferenciação entre elas, **uma firma ganha ao reduzir sua qualidade na direção de $\underline{s}$ e a outra firma ao aumentar sua qualidade em direção a $\bar{s}$.**
- Ou seja, existem dois equilíbrios de Nash em estratégias puras na localização: $\{s_1^c = \underline{s}, s_2^c = \bar{s}\}$ e $\{s_1^c = \bar{s}, s_2^c = \underline{s}\}$.

- Suponha, por exemplo, que $s_1 < s_2$.
- **Conclusão**: Porque o lucro das duas firmas será maior quanto maior a diferenciação entre elas, **uma firma ganha ao reduzir sua qualidade na direção de $\underline{s}$ e a outra firma ao aumentar sua qualidade em direção a $\bar{s}$.**
- Ou seja, existem dois equilíbrios de Nash em estratégias puras na localização: $\{s_1^c = \underline{s}, s_2^c = \bar{s}\}$ e $\{s_1^c = \bar{s}, s_2^c = \underline{s}\}$.

- Suponha, por exemplo, que $s_1 < s_2$.

- **Conclusão**: Porque o lucro das duas firmas será maior quanto maior a diferenciação entre elas, **uma firma ganha ao reduzir sua qualidade na direção de $\underline{s}$ e a outra firma ao aumentar sua qualidade em direção a $\bar{s}$.**

- Ou seja, existem dois equilíbrios de Nash em estratégias puras na localização: $\{s_1^c = \underline{s}, s_2^c = \bar{s}\}$ e $\{s_1^c = \bar{s}, s_2^c = \underline{s}\}$.