Tópicos em Competição Estratégica

EPGE

2019

Mestrado Profissional

REVISÃO

Concorrência Perfeita

Monopólio

Concorrência Monopolística

Oligopólio

Concorrência Imperfeita
Oligopólio

Oligopólio

- Apesar dos casos extremos de estruturas de mercado (monopólio e concorrência perfeita) serem importantes pontos de referência, a observação empírica sugere que a maior parte dos mercados seria uma situação intermediária.

- Concorrência perfeita e monopólio tem em comum o fato de cada firma não precisar se preocupar com a reação de alguma (potencial) rival.

- Importante característica dos oligopólios: interdependência estratégica entre as firmas competidoras.

- Por que interdependência?

- Produtos homogêneos!

Oligopólio

- Apesar dos casos extremos de estruturas de mercado (monopólio e concorrência perfeita) serem importantes pontos de referência, a observação empírica sugere que a maior parte dos mercados seria uma situação intermediária.
- Concorrência perfeita e monopólio tem em comum o fato de cada firma não precisar se preocupar com a reação de alguma (potencial) rival.
- Importante característica dos oligopólios: interdependência estratégica entre as firmas competidoras.
- Por que interdependência?
- Produtos homogêneos!

Oligopólio

- Apesar dos casos extremos de estruturas de mercado (monopólio e concorrência perfeita) serem importantes pontos de referência, a observação empírica sugere que a maior parte dos mercados seria uma situação intermediária.

- Concorrência perfeita e monopólio tem em comum o fato de cada firma não precisar se preocupar com a reação de alguma (potencial) rival.

- Importante característica dos oligopólios: interdependência estratégica entre as firmas competidoras.

- Por que interdependência?

- Produtos homogêneos!

Oligopólio

- Apesar dos casos extremos de estruturas de mercado (monopólio e concorrência perfeita) serem importantes pontos de referência, a observação empírica sugere que a maior parte dos mercados seria uma situação intermediária.
- Concorrência perfeita e monopólio tem em comum o fato de cada firma não precisar se preocupar com a reação de alguma (potencial) rival.
- Importante característica dos oligopólios: interdependência estratégica entre as firmas competidoras.
- Por que interdependência?
- Produtos homogêneos!

Oligopólio

- Apesar dos casos extremos de estruturas de mercado (monopólio e concorrência perfeita) serem importantes pontos de referência, a observação empírica sugere que a maior parte dos mercados seria uma situação intermediária.

- Concorrência perfeita e monopólio tem em comum o fato de cada firma não precisar se preocupar com a reação de alguma (potencial) rival.

- Importante característica dos oligopólios: interdependência estratégica entre as firmas competidoras.

- Por que interdependência?

- Produtos homogêneos!

Oligopólio:

- Há mais do que um concorrente no mercado (muitos ou pelo menos dois), mas não tantos a ponto de considerarmos nula a influência de cada um deles sobre o preço.
- Produtores tomam decisões levando em consideração a decisão das outras firmas: interações estratégicas que surgem em decorrência da interdependência das firmas.

Oligopólio

Oligopólio:

- Há mais do que um concorrente no mercado (muitos ou pelo menos dois), mas não tantos a ponto de considerarmos nula a influência de cada um deles sobre o preço.
- Produtores tomam decisões levando em consideração a decisão das outras firmas: interações estratégicas que surgem em decorrência da interdependência das firmas.

Oligopólios pode ser analisado segundo algumas formas:

1. Decisões simultâneas: quando uma empresa não conhece as escolhas das outras antes de tomar sua decisão (escolher sua estratégia).
2. Decisões sequenciais: quando uma firma conhece a estratégia escolhida pela sua concorrente antes de fazer a sua escolha.
3. Conluio: empresas se unem para se comportarem como um monopólio.

Oligopólio

Oligopólios pode ser analisado segundo algumas formas:

1. Decisões simultâneas: quando uma empresa não conhece as escolhas das outras antes de tomar sua decisão (escolher sua estratégia).
2. Decisões sequenciais: quando uma firma conhece a estratégia escolhida pela sua concorrente antes de fazer a sua escolha.
3. Conluio: empresas se unem para se comportarem como um monopólio.

Oligopólio

Oligopólios pode ser analisado segundo algumas formas:

1. Decisões simultâneas: quando uma empresa não conhece as escolhas das outras antes de tomar sua decisão (escolher sua estratégia).
2. Decisões sequenciais: quando uma firma conhece a estratégia escolhida pela sua concorrente antes de fazer a sua escolha.
3. Conluio: empresas se unem para se comportarem como um monopólio.

Oligopólio

Oligopólios pode ser analisado segundo algumas formas:

1. Decisões simultâneas: quando uma empresa não conhece as escolhas das outras antes de tomar sua decisão (escolher sua estratégia).
2. Decisões sequenciais: quando uma firma conhece a estratégia escolhida pela sua concorrente antes de fazer a sua escolha.
3. Conluio: empresas se unem para se comportarem como um monopólio.

Oligopólio

- Mercados com interação simultânea:

1. Cournot: concorrência em quantidade;
2. Bertrand: concorrência em preço.

- Mercados com interação sequencial:

1. Stackelberg: liderança de quantidade.
2. Liderança de preço.

Oligopólio

- Mercados com interação simultânea:

1. Cournot: concorrência em quantidade;
2. Bertrand: concorrência em preço.

- Mercados com interação sequencial:

1. Stackelberg: liderança de quantidade.
2. Liderança de preço.

Oligopólio

- Mercados com interação simultânea:

1. Cournot: concorrência em quantidade;
2. Bertrand: concorrência em preço.

- Mercados com interação sequencial:

1. Stackelberg: liderança de quantidade.
2. Liderança de preço.

Oligopólio

- Mercados com interação simultânea:

1. Cournot: concorrência em quantidade;
2. Bertrand: concorrência em preço.

- Mercados com interação sequencial:

1. Stackelberg: liderança de quantidade.
2. Liderança de preço.

Oligopólio

- Mercados com interação simultânea:

1. Cournot: concorrência em quantidade;
2. Bertrand: concorrência em preço.

- Mercados com interação sequencial:

1. Stackelberg: liderança de quantidade.
2. Liderança de preço.

Oligopólio

- Mercados com interação simultânea:

1. Cournot: concorrência em quantidade;
2. Bertrand: concorrência em preço.

- Mercados com interação sequencial:

1. Stackelberg: liderança de quantidade.
2. Liderança de preço.

Oligopólio

- Em qualquer mercado, o **equilíbrio** é aquela situação em que nenhum agente tem incentivo para mudar sua estratégia.
- A busca pelo equilíbrio em um mercado em oligopólio passa pela **análise da ação dos concorrentes**.
- As empresas, agora, farão o que é melhor ***dado*** o que suas concorrentes estejam fazendo.
- Equilíbrio de Nash: cada empresa está fazendo o melhor que pode em função daquilo que os concorrentes estão fazendo.

- Em qualquer mercado, o **equilíbrio** é aquela situação em que nenhum agente tem incentivo para mudar sua estratégia.
- A busca pelo equilíbrio em um mercado em oligopólio passa pela **análise da ação dos concorrentes**.
- As empresas, agora, farão o que é melhor *dado* o que suas concorrentes estejam fazendo.
- Equilíbrio de Nash: cada empresa está fazendo o melhor que pode em função daquilo que os concorrentes estão fazendo.

Oligopólio

- Em qualquer mercado, o **equilíbrio** é aquela situação em que nenhum agente tem incentivo para mudar sua estratégia.
- A busca pelo equilíbrio em um mercado em oligopólio passa pela **análise da ação dos concorrentes**.
- As empresas, agora, farão o que é melhor ***dado*** o que suas concorrentes estejam fazendo.
- Equilíbrio de Nash: cada empresa está fazendo o melhor que pode em função daquilo que os concorrentes estão fazendo.

Oligopólio

- Em qualquer mercado, o **equilíbrio** é aquela situação em que nenhum agente tem incentivo para mudar sua estratégia.
- A busca pelo equilíbrio em um mercado em oligopólio passa pela **análise da ação dos concorrentes**.
- As empresas, agora, farão o que é melhor ***dado*** o que suas concorrentes estejam fazendo.
- Equilíbrio de Nash: cada empresa está fazendo o melhor que pode em função daquilo que os concorrentes estão fazendo.

Oligopólio

- Oligopólio: interdependência.
- Cada oligopolista sabe que seu lucro depende da estratégia adotada pelo seu competidor, e que o lucro de seu competidor depende de sua estratégia.
- Teoria dos jogos: o prêmio obtido por um jogador – o ganho, o payoff – depende não só de suas próprias ações, como também das ações dos outros jogadores.

Oligopólio

- Oligopólio: interdependência.
- Cada oligopolista sabe que seu lucro depende da estratégia adotada pelo seu competidor, e que o lucro de seu competidor depende de sua estratégia.
- Teoria dos jogos: o prêmio obtido por um jogador – o ganho, o payoff – depende não só de suas próprias ações, como também das ações dos outros jogadores.

Oligopólio

- Oligopólio: interdependência.
- Cada oligopolista sabe que seu lucro depende da estratégia adotada pelo seu competidor, e que o lucro de seu competidor depende de sua estratégia.
- Teoria dos jogos: o prêmio obtido por um jogador – o ganho, o payoff – depende não só de suas próprias ações, como também das ações dos outros jogadores.

Duopólio:

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Produtos homogêneos.
3. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Duopólio de Bertrand: competição por preço.
- Duopólio de Cournot: competição por quantidade.

Duopólio:

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Produtos homogêneos.
3. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Duopólio de Bertrand: competição por preço.
- Duopólio de Cournot: competição por quantidade.

Duopólio:

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Produtos homogêneos.
3. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Duopólio de Bertrand: competição por preço.
- Duopólio de Cournot: competição por quantidade.

Duopólio:

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Produtos homogêneos.
3. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Duopólio de Bertrand: competição por preço.
- Duopólio de Cournot: competição por quantidade.

Duopólio:

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Produtos homogêneos.
3. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Duopólio de Bertrand: competição por preço.
- Duopólio de Cournot: competição por quantidade.

Duopólio de Bertrand

- Preço é provavelmente a estratégia mais básica que as firmas podem decidir a respeito.
- A demanda de cada firma depende do preço que ela estabelece mas também depende do preço estabelecido pelas firmas rivais já que o produto é homogêneo.
- Decisões de apreçamento interdependentes: modelo de Bertrand.

Duopólio de Bertrand

- Preço é provavelmente a estratégia mais básica que as firmas podem decidir a respeito.
- A demanda de cada firma depende do preço que ela estabelece mas também depende do preço estabelecido pelas firmas rivais já que o produto é homogêneo.
- Decisões de apreçamento interdependentes: modelo de Bertrand.

Duopólio de Bertrand

- Preço é provavelmente a estratégia mais básica que as firmas podem decidir a respeito.
- A demanda de cada firma depende do preço que ela estabelece mas também depende do preço estabelecido pelas firmas rivais já que o produto é homogêneo.
- Decisões de apreçamento interdependentes: modelo de Bertrand.

Duopólio de Bertrand

- Modelo de Bertrand: firmas escolhem simultaneamente **preço**.
- Quando uma empresa escolhe preço, ela tem que prever o preço que será fixado pela outra empresa da indústria.

Hipóteses do modelo:

- Duas firmas em um mercado de um produto homogêneo escolhendo simultaneamente seus preços.
- Não há restrição de capacidade: firmas podem produzir tanto quanto quiserem.
- As duas firmas tem custo marginal e médio constantes e iguais (não tem custo fixo).
- Demanda do mercado é linear.

Duopólio de Bertrand

- Modelo de Bertrand: firmas escolhem simultaneamente **preço**.
- Quando uma empresa escolhe preço, ela tem que prever o preço que será fixado pela outra empresa da indústria.

Hipóteses do modelo:

- Duas firmas em um mercado de um produto homogêneo escolhendo simultaneamente seus preços.
- Não há restrição de capacidade: firmas podem produzir tanto quanto quiserem.
- As duas firmas tem custo marginal e médio constantes e iguais (não tem custo fixo).
- Demanda do mercado é linear.

Duopólio de Bertrand

- Modelo de Bertrand: firmas escolhem simultaneamente **preço**.
- Quando uma empresa escolhe preço, ela tem que prever o preço que será fixado pela outra empresa da indústria.

Hipóteses do modelo:

- Duas firmas em um mercado de um produto homogêneo escolhendo simultaneamente seus preços.
- Não há restrição de capacidade: firmas podem produzir tanto quanto quiserem.
- As duas firmas tem custo marginal e médio constantes e iguais (não tem custo fixo).
- Demanda do mercado é linear.

- Modelo de Bertrand: firmas escolhem simultaneamente **preço**.
- Quando uma empresa escolhe preço, ela tem que prever o preço que será fixado pela outra empresa da indústria.

Hipóteses do modelo:

- Duas firmas em um mercado de um produto homogêneo escolhendo simultaneamente seus preços.
- Não há restrição de capacidade: firmas podem produzir tanto quanto quiserem.
- As duas firmas tem custo marginal e médio constantes e iguais (não tem custo fixo).
- Demanda do mercado é linear.

Duopólio de Bertrand

- Modelo de Bertrand: firmas escolhem simultaneamente **preço**.
- Quando uma empresa escolhe preço, ela tem que prever o preço que será fixado pela outra empresa da indústria.

Hipóteses do modelo:

- Duas firmas em um mercado de um produto homogêneo escolhendo simultaneamente seus preços.
- Não há restrição de capacidade: firmas podem produzir tanto quanto quiserem.
- As duas firmas tem custo marginal e médio constantes e iguais (não tem custo fixo).
- Demanda do mercado é linear.

Duopólio de Bertrand

- Modelo de Bertrand: firmas escolhem simultaneamente **preço**.
- Quando uma empresa escolhe preço, ela tem que prever o preço que será fixado pela outra empresa da indústria.

Hipóteses do modelo:

- Duas firmas em um mercado de um produto homogêneo escolhendo simultaneamente seus preços.
- Não há restrição de capacidade: firmas podem produzir tanto quanto quiserem.
- As duas firmas tem custo marginal e médio constantes e iguais (não tem custo fixo).
- Demanda do mercado é linear.

Duopólio de Bertrand

- Modelo de Bertrand: firmas escolhem simultaneamente **preço**.
- Quando uma empresa escolhe preço, ela tem que prever o preço que será fixado pela outra empresa da indústria.

Hipóteses do modelo:

- Duas firmas em um mercado de um produto homogêneo escolhendo simultaneamente seus preços.
- Não há restrição de capacidade: firmas podem produzir tanto quanto quiserem.
- As duas firmas tem custo marginal e médio constantes e iguais (não tem custo fixo).
- Demanda do mercado é linear.

- Como os produtos são perfeitamente substitutos (por serem homogêneos), a firma que oferecer o preço mais baixo, atende toda a demanda do mercado.
- Ou seja, se p_i é menor do que p_j, a demanda da firma i é dada por $D(p_i)$ (demanda inteira do mercado), enquanto que a demanda da firma j é nula.
- Mas se ambas oferecem o mesmo preço, dividirão o mercado igualmente entre si.
- Ou seja, se $p_i = p_j = p$, então cada firma recebe metade da demanda do mercado, $\frac{1}{2}D(p)$.

Duopólio de Bertrand

- Como os produtos são perfeitamente substitutos (por serem homogêneos), a firma que oferecer o preço mais baixo, atende toda a demanda do mercado.
- Ou seja, se p_i é menor do que p_j, a demanda da firma i é dada por $D(p_i)$ (demanda inteira do mercado), enquanto que a demanda da firma j é nula.
- Mas se ambas oferecem o mesmo preço, dividirão o mercado igualmente entre si.
- Ou seja, se $p_i = p_j = p$, então cada firma recebe metade da demanda do mercado, $\frac{1}{2}D(p)$.

Duopólio de Bertrand

- Como os produtos são perfeitamente substitutos (por serem homogêneos), a firma que oferecer o preço mais baixo, atende toda a demanda do mercado.
- Ou seja, se p_i é menor do que p_j, a demanda da firma i é dada por $D(p_i)$ (demanda inteira do mercado), enquanto que a demanda da firma j é nula.
- Mas se ambas oferecem o mesmo preço, dividirão o mercado igualmente entre si.
- Ou seja, se $p_i = p_j = p$, então cada firma recebe metade da demanda do mercado, $\frac{1}{2}D(p)$.

- Como os produtos são perfeitamente substitutos (por serem homogêneos), a firma que oferecer o preço mais baixo, atende toda a demanda do mercado.
- Ou seja, se p_i é menor do que p_j, a demanda da firma i é dada por $D(p_i)$ (demanda inteira do mercado), enquanto que a demanda da firma j é nula.
- Mas se ambas oferecem o mesmo preço, dividirão o mercado igualmente entre si.
- Ou seja, se $p_i = p_j = p$, então cada firma recebe metade da demanda do mercado, $\frac{1}{2}D(p)$.

- Qual a melhor estratégia de cada firma nesse contexto?
- O preço ótimo da firma 1 depende do que ela conjectura a respeito da estratégia da firma 2, e vice-versa.

Se a firma 1 supõe que a firma 2 precifique

- acima do preço de monopólio, então sua estratégia ótima é cobrar o preço de monopólio.
- abaixo do preço de monopólio mas acima do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é cobrar um pouco abaixo do preço da firma 2.
- abaixo do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é escolher um preço acima, por exemplo, preço igual ao custo marginal.

Duopólio de Bertrand

- Qual a melhor estratégia de cada firma nesse contexto?
- O preço ótimo da firma 1 depende do que ela conjectura a respeito da estratégia da firma 2, e vice-versa.

Se a firma 1 supõe que a firma 2 precifique

- acima do preço de monopólio, então sua estratégia ótima é cobrar o preço de monopólio.
- abaixo do preço de monopólio mas acima do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é cobrar um pouco abaixo do preço da firma 2.
- abaixo do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é escolher um preço acima, por exemplo, preço igual ao custo marginal.

- Qual a melhor estratégia de cada firma nesse contexto?
- O preço ótimo da firma 1 depende do que ela conjectura a respeito da estratégia da firma 2, e vice-versa.

Se a firma 1 supõe que a firma 2 precifique

- acima do preço de monopólio, então sua estratégia ótima é cobrar o preço de monopólio.
- abaixo do preço de monopólio mas acima do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é cobrar um pouco abaixo do preço da firma 2.
- abaixo do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é escolher um preço acima, por exemplo, preço igual ao custo marginal.

Duopólio de Bertrand

- Qual a melhor estratégia de cada firma nesse contexto?
- O preço ótimo da firma 1 depende do que ela conjectura a respeito da estratégia da firma 2, e vice-versa.

Se a firma 1 supõe que a firma 2 precifique

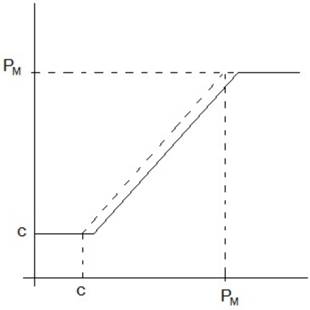
- acima do preço de monopólio, então sua estratégia ótima é cobrar o preço de monopólio.
- abaixo do preço de monopólio mas acima do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é cobrar um pouco abaixo do preço da firma 2.
- abaixo do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é escolher um preço acima, por exemplo, preço igual ao custo marginal.

- Qual a melhor estratégia de cada firma nesse contexto?
- O preço ótimo da firma 1 depende do que ela conjectura a respeito da estratégia da firma 2, e vice-versa.

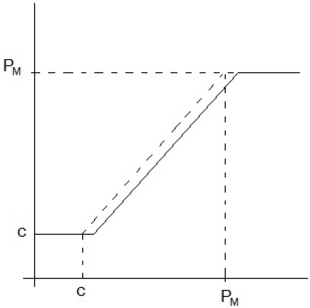
Se a firma 1 supõe que a firma 2 precifique

- acima do preço de monopólio, então sua estratégia ótima é cobrar o preço de monopólio.
- abaixo do preço de monopólio mas acima do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é cobrar um pouco abaixo do preço da firma 2.
- abaixo do custo marginal, então a estratégia ótima da firma 1 é escolher um preço acima, por exemplo, preço igual ao custo marginal.

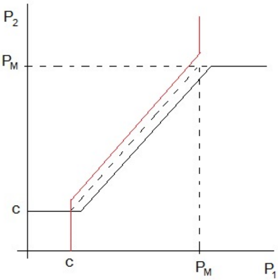
- Esse conjunto de preços ótimos define a função melhor resposta da firma 1 com relação à escolha da firma 2.
- Mais genericamente, a função melhor resposta da firma i (ou função de reação) é uma função $p_i^*(p_j)$, que apresenta, para cada preço p_j da firma j, o preço ótimo p_i da firma i.



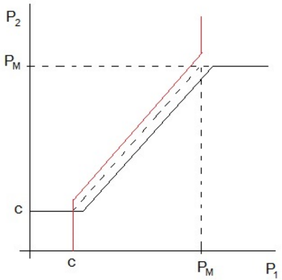
- Esse conjunto de preços ótimos define a função melhor resposta da firma 1 com relação à escolha da firma 2.
- Mais genericamente, a função melhor resposta da firma i (ou função de reação) é uma função $p_i^*(p_j)$, que apresenta, para cada preço p_j da firma j, o preço ótimo p_i da firma i.



- Porque a firma j tem mesmo custo marginal que a firma i, sua curva de reação é simétrica: $p_j^*(p_i)$.
- Equilíbrio de Nash: par de estratégias (preços, no caso) tal que nenhuma firma pode aumentar seus lucros por mudanças unilaterais nos preços – interseção das curvas de reação.
- Representação gráfica: $p_1^*(p_2)$ e $p_2^*(p_1)$ – Equilíbrio de Nash.

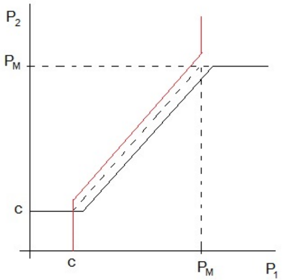


- Porque a firma j tem mesmo custo marginal que a firma i, sua curva de reação é simétrica: $p_j^*(p_i)$.
- Equilíbrio de Nash: par de estratégias (preços, no caso) tal que nenhuma firma pode aumentar seus lucros por mudanças unilaterais nos preços – interseção das curvas de reação.
- Representação gráfica: $p_1^*(p_2)$ e $p_2^*(p_1)$ – Equilíbrio de Nash.



Duopólio de Bertrand

- Porque a firma j tem mesmo custo marginal que a firma i, sua curva de reação é simétrica: $p_j^*(p_i)$.
- Equilíbrio de Nash: par de estratégias (preços, no caso) tal que nenhuma firma pode aumentar seus lucros por mudanças unilaterais nos preços – interseção das curvas de reação.
- Representação gráfica: $p_1^*(p_2)$ e $p_2^*(p_1)$ – Equilíbrio de Nash.



Duopólio de Bertrand

- Quando as empresas vendem produtos idênticos, o equilíbrio de Bertrand parece com o equilíbrio competitivo onde preço se iguala a custo marginal! Por que?
- Preço nunca será menor do que custo marginal => preço maior ou igual ao custo marginal.
- Cada empresa tem incentivo a diminuir em ε seu preço e vender para todo o mercado.
- Ambas empresas fazem isso até chegarem ao menor preço possível:

$$p = CMg$$

- Quando as empresas vendem produtos idênticos, o equilíbrio de Bertrand parece com o equilíbrio competitivo onde preço se iguala a custo marginal! Por que?
- Preço nunca será menor do que custo marginal => preço maior ou igual ao custo marginal.
- Cada empresa tem incentivo a diminuir em ε seu preço e vender para todo o mercado.
- Ambas empresas fazem isso até chegarem ao menor preço possível:

$$p = CMg$$

Duopólio de Bertrand

- Quando as empresas vendem produtos idênticos, o equilíbrio de Bertrand parece com o equilíbrio competitivo onde preço se iguala a custo marginal! Por que?
- Preço nunca será menor do que custo marginal => preço maior ou igual ao custo marginal.
- Cada empresa tem incentivo a diminuir em ε seu preço e vender para todo o mercado.
- Ambas empresas fazem isso até chegarem ao menor preço possível:

$$p = CMg$$

Duopólio de Bertrand

- Quando as empresas vendem produtos idênticos, o equilíbrio de Bertrand parece com o equilíbrio competitivo onde preço se iguala a custo marginal! Por que?
- Preço nunca será menor do que custo marginal => preço maior ou igual ao custo marginal.
- Cada empresa tem incentivo a diminuir em ε seu preço e vender para todo o mercado.
- Ambas empresas fazem isso até chegarem ao menor preço possível:

$$p = CMg$$

Duopólio de Bertrand

- Se uma das firmas oferecer um preço acima do custo marginal, a outra pode oferecer um preço um pouco abaixo e "roubar" todo o mercado, obtendo um lucro positivo.

$$\pi_1 = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad p_1 > p_2 \\ \frac{1}{2}\Pi_{total}, & \text{se} \quad p_1 = p_2 \\ \Pi_{total}, & \text{se} \quad p_1 < p_2 \end{cases}$$

- Conclusão: com competição por preços de um produto homogêneo em que as firmas tem custos marginais constantes e simétricos (competição por Bertrand), a escolha das firmas é preço igual ao custo marginal.

- Se uma das firmas oferecer um preço acima do custo marginal, a outra pode oferecer um preço um pouco abaixo e "roubar" todo o mercado, obtendo um lucro positivo.

$$\pi_1 = \begin{cases} 0, & \text{se} \quad p_1 > p_2 \\ \frac{1}{2}\Pi_{total}, & \text{se} \quad p_1 = p_2 \\ \Pi_{total}, & \text{se} \quad p_1 < p_2 \end{cases}$$

- Conclusão: com competição por preços de um produto homogêneo em que as firmas tem custos marginais constantes e simétricos (competição por Bertrand), a escolha das firmas é preço igual ao custo marginal.

- Esse resultado é válido mesmo para apenas duas firmas competindo, o que é um resultado bastante drástico.
- Ou seja, quando o número de competidores passa de um para dois, o preço de equilíbrio passa do preço de monopólio para o preço de competição perfeita.
- Dois competidores são suficientes para garantir preço de competição perfeita!

Duopólio de Bertrand

- Esse resultado é válido mesmo para apenas duas firmas competindo, o que é um resultado bastante drástico.
- Ou seja, quando o número de competidores passa de um para dois, o preço de equilíbrio passa do preço de monopólio para o preço de competição perfeita.
- Dois competidores são suficientes para garantir preço de competição perfeita!

Duopólio de Bertrand

- Esse resultado é válido mesmo para apenas duas firmas competindo, o que é um resultado bastante drástico.
- Ou seja, quando o número de competidores passa de um para dois, o preço de equilíbrio passa do preço de monopólio para o preço de competição perfeita.
- Dois competidores são suficientes para garantir preço de competição perfeita!

Duopólio de Bertrand

- Essa previsão do modelo de Bertrand não parece muito realista.
- No mundo real, um aumento do número de firmas normalmente implica um decréscimo do preço de equilíbrio, enquanto que o modelo de Bertrand não iria prever nenhuma mudança no preço.
- Ademais, muitas indústrias com apenas duas firmas aparentemente auferem lucro positivo.

Duopólio de Bertrand

- Essa previsão do modelo de Bertrand não parece muito realista.
- No mundo real, um aumento do número de firmas normalmente implica um decréscimo do preço de equilíbrio, enquanto que o modelo de Bertrand não iria prever nenhuma mudança no preço.
- Ademais, muitas indústrias com apenas duas firmas aparentemente auferem lucro positivo.

Duopólio de Bertrand

- Essa previsão do modelo de Bertrand não parece muito realista.
- No mundo real, um aumento do número de firmas normalmente implica um decréscimo do preço de equilíbrio, enquanto que o modelo de Bertrand não iria prever nenhuma mudança no preço.
- Ademais, muitas indústrias com apenas duas firmas aparentemente auferem lucro positivo.

Duopólio de Bertrand

Possíveis justificativas para o paradoxo de Bertrand:

1. Diferenciação de produto: Bertrand clássico assume que as firmas produzem o mesmo produto. Mas, se as firmas produzem produtos diferenciados, então o preço de competição duopolista não será necessariamente igual ao CMg.
2. Competição dinâmica: Bertrand considera que as firmam competem em apenas um período. Dinâmica pode fazer com que mesmo firmas que produzem produtos homogêneos e escolhem seus preços, possam estabelecer um preço acima de custo marginal.
3. Restrição de capacidade: não necessariamente a firma pode ter condições de atender a todo o mercado caso seu preço seja inferior ao da outra firma.

Duopólio de Bertrand

Possíveis justificativas para o paradoxo de Bertrand:

1. Diferenciação de produto: Bertrand clássico assume que as firmas produzem o mesmo produto. Mas, se as firmas produzem produtos diferenciados, então o preço de competição duopolista não será necessariamente igual ao CMg.

2. Competição dinâmica: Bertrand considera que as firmam competem em apenas um período. Dinâmica pode fazer com que mesmo firmas que produzem produtos homogêneos e escolhem seus preços, possam estabelecer um preço acima de custo marginal.

3. Restrição de capacidade: não necessariamente a firma pode ter condições de atender a todo o mercado caso seu preço seja inferior ao da outra firma.

Possíveis justificativas para o paradoxo de Bertrand:

1. Diferenciação de produto: Bertrand clássico assume que as firmas produzem o mesmo produto. Mas, se as firmas produzem produtos diferenciados, então o preço de competição duopolista não será necessariamente igual ao CMg.

2. Competição dinâmica: Bertrand considera que as firmam competem em apenas um período. Dinâmica pode fazer com que mesmo firmas que produzem produtos homogêneos e escolhem seus preços, possam estabelecer um preço acima de custo marginal.

3. Restrição de capacidade: não necessariamente a firma pode ter condições de atender a todo o mercado caso seu preço seja inferior ao da outra firma.

Duopólio de Bertrand – Restrição de Capacidade

Hipóteses:

- firmas escolhem simultaneamente seus preços;
- custo marginal constante e o mesmo para as duas firmas (para simplificar, mas sem perda de generalidade, considere $CMg = 0$);
- produto homogêneo;
- restrição de capacidade produtiva: cada firma i tem capacidade produtiva máxima k_i (ou seja, se a demanda da firma i for maior do que k_i, ela só consegue atender k_i).

Duopólio de Bertrand – Restrição de Capacidade

Hipóteses:

- firmas escolhem simultaneamente seus preços;
- custo marginal constante e o mesmo para as duas firmas (para simplificar, mas sem perda de generalidade, considere $CMg = 0$);
- produto homogêneo;
- restrição de capacidade produtiva: cada firma i tem capacidade produtiva máxima k_i (ou seja, se a demanda da firma i for maior do que k_i, ela só consegue atender k_i).

Hipóteses:

- firmas escolhem simultaneamente seus preços;
- custo marginal constante e o mesmo para as duas firmas (para simplificar, mas sem perda de generalidade, considere $CMg = 0$);
- produto homogêneo;
- restrição de capacidade produtiva: cada firma i tem capacidade produtiva máxima k_i (ou seja, se a demanda da firma i for maior do que k_i, ela só consegue atender k_i).

Hipóteses:

- firmas escolhem simultaneamente seus preços;
- custo marginal constante e o mesmo para as duas firmas (para simplificar, mas sem perda de generalidade, considere $CMg = 0$);
- produto homogêneo;
- restrição de capacidade produtiva: cada firma i tem capacidade produtiva máxima k_i (ou seja, se a demanda da firma i for maior do que k_i, ela só consegue atender k_i).

- No modelo padrão de Bertrand, se a firma 2 estabelece um preço superior ao da firma 1, a demanda pelo seu produto seria nula.
- Agora isso não é mais necessariamente verdade!
- Em modelos com restrição de capacidade, as firmas podem auferir lucro econômico positivo e os preços serem maiores do que os custos marginais.
- Suponha que

$$p_2 > p_1 \ \text{ e } \ D(p_1) > k_1,$$

isto é, a restrição de capacidade da firma 1 realmente limita a demanda que a firma 1 pode atender.

- No modelo padrão de Bertrand, se a firma 2 estabelece um preço superior ao da firma 1, a demanda pelo seu produto seria nula.
- Agora isso não é mais necessariamente verdade!
- Em modelos com restrição de capacidade, as firmas podem auferir lucro econômico positivo e os preços serem maiores do que os custos marginais.
- Suponha que

$$p_2 > p_1 \text{ e } D(p_1) > k_1,$$

isto é, a restrição de capacidade da firma 1 realmente limita a demanda que a firma 1 pode atender.

- No modelo padrão de Bertrand, se a firma 2 estabelece um preço superior ao da firma 1, a demanda pelo seu produto seria nula.
- Agora isso não é mais necessariamente verdade!
- Em modelos com restrição de capacidade, as firmas podem auferir lucro econômico positivo e os preços serem maiores do que os custos marginais.
- Suponha que

$$p_2 > p_1 \quad \text{e} \quad D(p_1) > k_1,$$

isto é, a restrição de capacidade da firma 1 realmente limita a demanda que a firma 1 pode atender.

- No modelo padrão de Bertrand, se a firma 2 estabelece um preço superior ao da firma 1, a demanda pelo seu produto seria nula.
- Agora isso não é mais necessariamente verdade!
- Em modelos com restrição de capacidade, as firmas podem auferir lucro econômico positivo e os preços serem maiores do que os custos marginais.
- Suponha que

$$p_2 > p_1 \;\text{ e }\; D(p_1) > k_1,$$

isto é, a restrição de capacidade da firma 1 realmente limita a demanda que a firma 1 pode atender.

- Nesse cenário, a firma 1 vende apenas k_1 unidades.
- A firma 2 tem demanda dada por

$$\max\{D(p_2) - k_1; 0\},$$

onde $D(p_2)$ seria a demanda da firma 2 caso não houvesse competição.
- Se k_1 não for muito grande, a firma 2 ainda permanece uma demanda residual positiva.

- Nesse cenário, a firma 1 vende apenas k_1 unidades.
- A firma 2 tem demanda dada por

$$\max\{D(p_2) - k_1; 0\},$$

onde $D(p_2)$ seria a demanda da firma 2 caso não houvesse competição.

- Se k_1 não for muito grande, a firma 2 ainda permanece uma demanda residual positiva.

- Nesse cenário, a firma 1 vende apenas k_1 unidades.
- A firma 2 tem demanda dada por

$$\max\{D(p_2) - k_1; 0\},$$

onde $D(p_2)$ seria a demanda da firma 2 caso não houvesse competição.

- Se k_1 não for muito grande, a firma 2 ainda permanece uma demanda residual positiva.

Ambiente Econômico.

- $D(p)$ é a curva de demanda.
- k_i é a restrição de capacidade da firma i
- $k_1 + k_2$ é a restrição de capacidade total
- d_2 é a demanda residual da firma 2.

Ambiente Econômico.

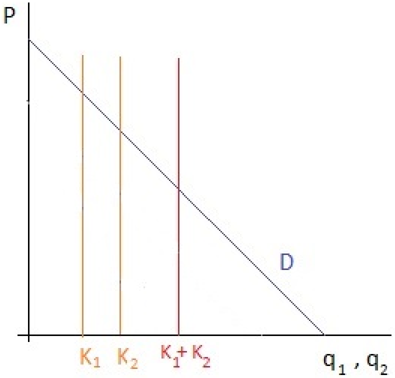
- $D(p)$ é a curva de demanda.
- k_i é a restrição de capacidade da firma i
- $k_1 + k_2$ é a restrição de capacidade total
- d_2 é a demanda residual da firma 2.

Ambiente Econômico.

- $D(p)$ é a curva de demanda.
- k_i é a restrição de capacidade da firma i
- $k_1 + k_2$ é a restrição de capacidade total
- d_2 é a demanda residual da firma 2.

Ambiente Econômico.

- $D(p)$ é a curva de demanda.
- k_i é a restrição de capacidade da firma i
- $k_1 + k_2$ é a restrição de capacidade total
- d_2 é a demanda residual da firma 2.



P
D
K1
K2
K1+K2
q1 , q2

- $P(Q)$ é a curva de demanda inversa (inverso de $D(p)$);
- Seja $P(k_1 + k_2)$ o nível de preço tal que a demanda total é exatamente igual à capacidade produtiva total.
- O equilíbrio de Nash é tal que ambas as firmas cobram

$$p_i = P(k_1 + k_2),$$

ou seja, o preço de equilíbrio iguala a demanda total à capacidade da indústria.

- $P(Q)$ é a curva de demanda inversa (inverso de $D(p)$);
- Seja $P(k_1 + k_2)$ o nível de preço tal que a demanda total é exatamente igual à capacidade produtiva total.
- O equilíbrio de Nash é tal que ambas as firmas cobram

$$p_i = P(k_1 + k_2),$$

ou seja, o preço de equilíbrio iguala a demanda total à capacidade da indústria.

- $P(Q)$ é a curva de demanda inversa (inverso de $D(p)$);
- Seja $P(k_1 + k_2)$ o nível de preço tal que a demanda total é exatamente igual à capacidade produtiva total.
- O equilíbrio de Nash é tal que ambas as firmas cobram

$$p_i = P(k_1 + k_2),$$

ou seja, o preço de equilíbrio iguala a demanda total à capacidade da indústria.

Demonstração: por contradição.

- Vamos considerar o problema de otimização da firma 2 considerando que a firma 1 estabelece $p_1 = P(k_1 + k_2)$.
- Poderia a firma 2 estar melhor se não cobrasse $p_2 = p_1 = P(k_1 + k_2)$?

Caso 1: $p_2 < P(k_1 + k_2)$

- A firma 2 receberia todo o mercado.
- No entanto, como a firma 2 já está no limite da sua restrição de capacidade quando estabelece $p_2 = P(k_1 + k_2)$, então a firma 2 estaria recebendo um lucro menor se cobrasse um preço mais baixo, como imposto pela hipótese de análise.

Demonstração: por contradição.

- Vamos considerar o problema de otimização da firma 2 considerando que a firma 1 estabelece $p_1 = P(k_1 + k_2)$.
- Poderia a firma 2 estar melhor se não cobrasse $p_2 = p_1 = P(k_1 + k_2)$?

Caso 1: $p_2 < P(k_1 + k_2)$

- A firma 2 receberia todo o mercado.
- No entanto, como a firma 2 já está no limite da sua restrição de capacidade quando estabelece $p_2 = P(k_1 + k_2)$, então a firma 2 estaria recebendo um lucro menor se cobrasse um preço mais baixo, como imposto pela hipótese de análise.

Duopólio de Bertrand
Restrição de capacidade

Demonstração: por contradição.

- Vamos considerar o problema de otimização da firma 2 considerando que a firma 1 estabelece $p_1 = P(k_1 + k_2)$.
- Poderia a firma 2 estar melhor se não cobrasse $p_2 = p_1 = P(k_1 + k_2)$?

Caso 1: $p_2 < P(k_1 + k_2)$

- A firma 2 receberia todo o mercado.
- No entanto, como a firma 2 já está no limite da sua restrição de capacidade quando estabelece $p_2 = P(k_1 + k_2)$, então a firma 2 estaria recebendo um lucro menor se cobrasse um preço mais baixo, como imposto pela hipótese de análise.

Demonstração: por contradição.

- Vamos considerar o problema de otimização da firma 2 considerando que a firma 1 estabelece $p_1 = P(k_1 + k_2)$.
- Poderia a firma 2 estar melhor se não cobrasse $p_2 = p_1 = P(k_1 + k_2)$?

Caso 1: $p_2 < P\left(k_1 + k_2\right)$

- A firma 2 receberia todo o mercado.
- No entanto, como a firma 2 já está no limite da sua restrição de capacidade quando estabelece $p_2 = P(k_1 + k_2)$, então a firma 2 estaria recebendo um lucro menor se cobrasse um preço mais baixo, como imposto pela hipótese de análise.

Demonstração: por contradição.

- Vamos considerar o problema de otimização da firma 2 considerando que a firma 1 estabelece $p_1 = P(k_1 + k_2)$.
- Poderia a firma 2 estar melhor se não cobrasse $p_2 = p_1 = P(k_1 + k_2)$?

Caso 1: $p_2 < P(k_1 + k_2)$

- A firma 2 receberia todo o mercado.
- No entanto, como a firma 2 já está no limite da sua restrição de capacidade quando estabelece $p_2 = P(k_1 + k_2)$, então a firma 2 estaria recebendo um lucro menor se cobrasse um preço mais baixo, como imposto pela hipótese de análise.

Caso 2: $p_2 > P(k_1 + k_2)$

- Porque a firma 1 atinge sua restrição de capacidade quando $p_1 = P(k_1 + k_2)$, a firma 2 recebe demanda positiva mesmo se seu preço for superior ao preço da firma 1.
- Demanda residual, d_2, sob a hipótese de que $p_2 > p_1 = P(k_1 + k_2)$: a firma 2 obtem $D(p_2) - k_1$ (d_2 é paralela à demanda D, menos k_1 – gráfico).
- No ótimo, a receita marginal deveria ser igual ao custo marginal.
- Mas como a receita marginal da firma 2, r_2, é sempre maior do que o custo marginal para toda produção inferior à capacidade k_2 da firma 2, isso implica que ao cobrar um preço maior do que $P(k_1 + k_2)$ a firma 2 não está maximizando seu lucro (pois a perda de receita marginal que deixou de ser obtida é maior do que o custo marginal economizado) – há incentivo para se produzir o máximo que a firma puder => sua capacidade inteira!

Caso 2: $p_2 > P(k_1 + k_2)$

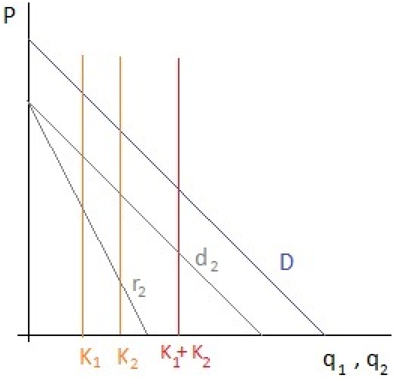
- Porque a firma 1 atinge sua restrição de capacidade quando $p_1 = P(k_1 + k_2)$, a firma 2 recebe demanda positiva mesmo se seu preço for superior ao preço da firma 1.
- Demanda residual, d_2, sob a hipótese de que $p_2 > p_1 = P(k_1 + k_2)$: a firma 2 obtem $D(p_2) - k_1$ (d_2 é paralela à demanda D, menos k_1 – gráfico).
- No ótimo, a receita marginal deveria ser igual ao custo marginal.
- Mas como a receita marginal da firma 2, r_2, é sempre maior do que o custo marginal para toda produção inferior à capacidade k_2 da firma 2, isso implica que ao cobrar um preço maior do que $P(k_1 + k_2)$ a firma 2 não está maximizando seu lucro (pois a perda de receita marginal que deixou de ser obtida é maior do que o custo marginal economizado) – há incentivo para se produzir o máximo que a firma puder => sua capacidade inteira!

Caso 2: $p_2 > P(k_1 + k_2)$

- Porque a firma 1 atinge sua restrição de capacidade quando $p_1 = P(k_1 + k_2)$, a firma 2 recebe demanda positiva mesmo se seu preço for superior ao preço da firma 1.
- Demanda residual, d_2, sob a hipótese de que $p_2 > p_1 = P(k_1 + k_2)$: a firma 2 obtem $D(p_2) - k_1$ (d_2 é paralela à demanda D, menos k_1 – gráfico).
- No ótimo, a receita marginal deveria ser igual ao custo marginal.
- Mas como a receita marginal da firma 2, r_2, é sempre maior do que o custo marginal para toda produção inferior à capacidade k_2 da firma 2, isso implica que ao cobrar um preço maior do que $P(k_1 + k_2)$ a firma 2 não está maximizando seu lucro (pois a perda de receita marginal que deixou de ser obtida é maior do que o custo marginal economizado) – há incentivo para se produzir o máximo que a firma puder => sua capacidade inteira!

Caso 2: $p_2 > P(k_1 + k_2)$

- Porque a firma 1 atinge sua restrição de capacidade quando $p_1 = P(k_1 + k_2)$, a firma 2 recebe demanda positiva mesmo se seu preço for superior ao preço da firma 1.
- Demanda residual, d_2, sob a hipótese de que $p_2 > p_1 = P(k_1 + k_2)$: a firma 2 obtem $D(p_2) - k_1$ (d_2 é paralela à demanda D, menos k_1 – gráfico).
- No ótimo, a receita marginal deveria ser igual ao custo marginal.
- Mas como a receita marginal da firma 2, r_2, é sempre maior do que o custo marginal para toda produção inferior à capacidade k_2 da firma 2, isso implica que ao cobrar um preço maior do que $P(k_1 + k_2)$ a firma 2 não está maximizando seu lucro (pois a perda de receita marginal que deixou de ser obtida é maior do que o custo marginal economizado) – há incentivo para se produzir o máximo que a firma puder => sua capacidade inteira!


P
D
d_2
r_2
K_1
K_2
K_1+K_2
q_1 , q_2

- Analogamente, mesmo argumento é válido para a firma 1.

- Dado $p_2 = P(k_1 + k_2)$, a melhor estratégia para a firma 1 também é estabelecer $p_1 = P(k_1 + k_2)$.

- Assim,

$$p_1 = p_2 = P(k_1 + k_2)$$

é um equilíbrio de Nash desse jogo.

- Analogamente, mesmo argumento é válido para a firma 1.
- Dado $p_2 = P(k_1 + k_2)$, a melhor estratégia para a firma 1 também é estabelecer $p_1 = P(k_1 + k_2)$.
- Assim,
$$p_1 = p_2 = P(k_1 + k_2)$$
é um equilíbrio de Nash desse jogo.

- Analogamente, mesmo argumento é válido para a firma 1.
- Dado $p_2 = P(k_1 + k_2)$, a melhor estratégia para a firma 1 também é estabelecer $p_1 = P(k_1 + k_2)$.
- Assim,
$$p_1 = p_2 = P(k_1 + k_2)$$
é um equilíbrio de Nash desse jogo.

- Suponha um mercado com N firmas que escolhem preços simultaneamente mas seus produtos são diferenciados. A demanda da firma i é:

$$q_i(p_i, P_{-i}, a_i, A_{-i})$$

onde p_i é o preço da própria firma e P_{-i} é um vetor de preços das demais firmas. Os termos a_i e A_{-i} são atributos da demanda.

- O custo da firma i é $c_i(q_i, a_i, A)$. Portanto:

$$\pi_i(p_i) = p_i q_i - C_i(q_i, a_i)$$

- Suponha um mercado com N firmas que escolhem preços simultaneamente mas seus produtos são diferenciados. A demanda da firma i é:

$$q_i(p_i, P_{-i}, a_i, A_{-i})$$

onde p_i é o preço da própria firma e P_{-i} é um vetor de preços das demais firmas. Os termos a_i e A_{-i} são atributos da demanda.

- O custo da firma i é $c_i(q_i, a_i, A)$. Portanto:

$$\pi_i(p_i) = p_i q_i - C_i(q_i, a_i)$$

- CPO da firma i é:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = q_i + p_i \frac{\partial q_i}{\partial p_i} - \frac{\partial C_i}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial p_i} = 0$$

- O resultado de preços (e quantidades) é dado pelo sistema de CPO's para cada uma das firmas:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = q_1 + p_1 \frac{\partial q_1}{\partial p_1} - \frac{\partial C_1}{\partial q_1}\frac{\partial q_1}{\partial p_1} = 0$$

$\dots$

$$\frac{\partial \pi_n}{\partial p_n} = q_n + p_n \frac{\partial q_n}{\partial p_n} - \frac{\partial C_n}{\partial q_n}\frac{\partial q_n}{\partial p_n} = 0$$

- CPO da firma *i* é:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = q_i + p_i \frac{\partial q_i}{\partial p_i} - \frac{\partial C_i}{\partial q_i}\frac{\partial q_i}{\partial p_i} = 0$$

- O resultado de preços (e quantidades) é dado pelo sistema de CPO's para cada uma das firmas:

$$\frac{\partial \pi_1}{\partial p_1} = q_1 + p_1 \frac{\partial q_1}{\partial p_1} - \frac{\partial C_1}{\partial q_1}\frac{\partial q_1}{\partial p_1} = 0$$

...

$$\frac{\partial \pi_n}{\partial p_n} = q_n + p_n \frac{\partial q_n}{\partial p_n} - \frac{\partial C_n}{\partial q_n}\frac{\partial q_n}{\partial p_n} = 0$$

Exemplo: suponha que uma firma i tenha custo de produção nulo e curva de demanda igual a:

$$q_i = q_i(p_i, P_j, a_i) = a_i - p_i + \frac{p_j}{2}$$

- Lucro da firma i:

$$\Pi_i = p_i q_i - C_i(q_i) = p_i.(a_i - p_i + \frac{p_j}{2})$$

- CPO:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = a_i - 2p_i + \frac{p_j}{2} = 0$$

Exemplo: suponha que uma firma i tenha custo de produção nulo e curva de demanda igual a:

$$q_i = q_i(p_i, P_j, a_i) = a_i - p_i + \frac{p_j}{2}$$

- Lucro da firma i:

$$\Pi_i = p_i q_i - C_i(q_i) = p_i.(a_i - p_i + \frac{p_j}{2})$$

- CPO:

$$\frac{\partial \pi_i}{\partial p_i} = a_i - 2p_i + \frac{p_j}{2} = 0$$

- Se neste mercado existirem apenas duas firmas:

$$p_1 = \frac{1}{2}.(a_1 + \frac{p_2}{2});$$

$$p_2 = \frac{1}{2}.(a_2 + \frac{p_1}{2})$$

- Das CPO's acima, podemos chegar a:

$$p_1 = \frac{8}{15}a_1 + \frac{2}{15}a_2;$$

$$p_2 = \frac{2}{15}a_1 + \frac{8}{15}a_2.$$

- Obsver que também é possível calcular as quantidades e os lucros!

- Se neste mercado existirem apenas duas firmas:

$$p_1 = \frac{1}{2}.(a_1 + \frac{p_2}{2});$$

$$p_2 = \frac{1}{2}.(a_2 + \frac{p_1}{2})$$

- Das CPO's acima, podemos chegar a:

$$p_1 = \frac{8}{15}a_1 + \frac{2}{15}a_2;$$

$$p_2 = \frac{2}{15}a_1 + \frac{8}{15}a_2.$$

- Obsver que também é possível calcular as quantidades e os lucros!

- Se neste mercado existirem apenas duas firmas:

$$p_1 = \frac{1}{2}.(a_1 + \frac{p_2}{2});$$

$$p_2 = \frac{1}{2}.(a_2 + \frac{p_1}{2})$$

- Das CPO's acima, podemos chegar a:

$$p_1 = \frac{8}{15}a_1 + \frac{2}{15}a_2;$$

$$p_2 = \frac{2}{15}a_1 + \frac{8}{15}a_2.$$

- Obsver que também é possível calcular as quantidades e os lucros!

Duopólio de Cournot

- Suponha agora que a decisão de *produção* seja feita antes da escolha dos preços.
- Firmas sabem que, para cada par de produtos (q_1, q_2), os preços de equilíbrio serão $p_1 = p_2 = P(q_1 + q_2)$.
- Isso implica que o lucro da firma i é dado por

$$\pi_i = [P(q_1 + q_2) - c]\, q_i,$$

onde c é o custo marginal constante das firmas.

- Jogo no qual as firmas escolhem simultaneamente suas quantidades produzidas do bem homogêneo é denominado de jogo de Cournot.

Duopólio de Cournot

- Suponha agora que a decisão de *produção* seja feita antes da escolha dos preços.
- Firmas sabem que, para cada par de produtos (q_1, q_2), os preços de equilíbrio serão $p_1 = p_2 = P(q_1 + q_2)$.
- Isso implica que o lucro da firma i é dado por

$$\pi_i = [P(q_1 + q_2) - c]\, q_i,$$

onde c é o custo marginal constante das firmas.

- Jogo no qual as firmas escolhem simultaneamente suas quantidades produzidas do bem homogêneo é denominado de jogo de Cournot.

Duopólio de Cournot

- Suponha agora que a decisão de *produção* seja feita antes da escolha dos preços.
- Firmas sabem que, para cada par de produtos (q_1, q_2), os preços de equilíbrio serão $p_1 = p_2 = P(q_1 + q_2)$.
- Isso implica que o lucro da firma i é dado por

$$\pi_i = [P(q_1 + q_2) - c]\, q_i,$$

  onde c é o custo marginal constante das firmas.
- Jogo no qual as firmas escolhem simultaneamente suas quantidades produzidas do bem homogêneo é denominado de jogo de Cournot.

Duopólio de Cournot

- Suponha agora que a decisão de *produção* seja feita antes da escolha dos preços.
- Firmas sabem que, para cada par de produtos (q_1, q_2), os preços de equilíbrio serão $p_1 = p_2 = P(q_1 + q_2)$.
- Isso implica que o lucro da firma i é dado por

$$\pi_i = [P(q_1 + q_2) - c]\, q_i,$$

  onde c é o custo marginal constante das firmas.
- Jogo no qual as firmas escolhem simultaneamente suas quantidades produzidas do bem homogêneo é denominado de jogo de Cournot.

Jogo de Cournot:

- firmas produzem um produto homogêneo...
- ... e decidem simultaneamente o quanto produzir (escolha condicional à produção da outra firma para se chegar ao equilíbrio);
- preço de mercado é estabelecido no nível em que a demanda do mercado se igual à quantidade total produzida pelas duas firmas.

Duopólio de Cournot

Jogo de Cournot:

- firmas produzem um produto homogêneo...
- ... e decidem simultaneamente o quanto produzir (escolha condicional à produção da outra firma para se chegar ao equilíbrio);
- preço de mercado é estabelecido no nível em que a demanda do mercado se igual à quantidade total produzida pelas duas firmas.

Duopólio de Cournot

Jogo de Cournot:

- firmas produzem um produto homogêneo...
- ... e decidem simultaneamente o quanto produzir (escolha condicional à produção da outra firma para se chegar ao equilíbrio);
- preço de mercado é estabelecido no nível em que a demanda do mercado se igual à quantidade total produzida pelas duas firmas.

Como cada firma escolhe sua produção?

- Maximizando seu lucro condicional à produção escolhida pela outra firma, já que o preço de equilíbrio depende da produção total.

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - C(q_i)$$

- Condição de primeira ordem implica receita marginal igual ao custo marginal

$$\pi_i^{'}(q_i) = 0$$

$$P^{'}(Q).q_i + P(Q) = C^{'}(q_i)$$

$$P(Q)[\frac{dP(Q)}{dQ}\frac{q_i}{P(Q)}\frac{Q}{Q} + 1] = C^{'}(q_i)$$

- Observe que a receita marginal agora é diferente das receitas marginais de concorrência e de monopólio.

Como cada firma escolhe sua produção?

- Maximizando seu lucro condicional à produção escolhida pela outra firma, já que o preço de equilíbrio depende da produção total.

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - C(q_i)$$

- Condição de primeira ordem implica receita marginal igual ao custo marginal

$$\pi_i^{'}(q_i) = 0$$

$$P^{'}(Q).q_i + P(Q) = C^{'}(q_i)$$

$$P(Q)[\frac{dP(Q)}{dQ}\frac{q_i}{P(Q)}\frac{Q}{Q} + 1] = C^{'}(q_i)$$

- Observe que a receita marginal agora é diferente das receitas marginais de concorrência e de monopólio.

Como cada firma escolhe sua produção?

- Maximizando seu lucro condicional à produção escolhida pela outra firma, já que o preço de equilíbrio depende da produção total.

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - C(q_i)$$

- Condição de primeira ordem implica receita marginal igual ao custo marginal

$$\pi_i^{'}(q_i) = 0$$

$$P^{'}(Q).q_i + P(Q) = C^{'}(q_i)$$

$$P(Q)[\frac{dP(Q)}{dQ}\frac{q_i}{P(Q)}\frac{Q}{Q} + 1] = C^{'}(q_i)$$

- Observe que a receita marginal agora é diferente das receitas marginais de concorrência e de monopólio.

- Receita marginal (condicional) igual ao custo marginal $\Rightarrow$ função melhor resposta ou curva de reação $q_i^*(q_{-i})$: escolha ótima da firma i para cada escolha possível da firma $-i$.
- Assim, em equilíbrio, cada empresa determina o nível de produção conforme a própria curva de reação.
- Os níveis de produção são, portanto, encontrados no ponto de interseção entre as duas curvas de reação.

- Receita marginal (condicional) igual ao custo marginal $\Rightarrow$ função melhor resposta ou curva de reação $q_i^*(q_{-i})$: escolha ótima da firma i para cada escolha possível da firma $-i$.

- Assim, em equilíbrio, cada empresa determina o nível de produção conforme a própria curva de reação.

- Os níveis de produção são, portanto, encontrados no ponto de interseção entre as duas curvas de reação.

- Receita marginal (condicional) igual ao custo marginal $\Rightarrow$ função melhor resposta ou curva de reação $q_i^*(q_{-i})$: escolha ótima da firma i para cada escolha possível da firma $-i$.

- Assim, em equilíbrio, cada empresa determina o nível de produção conforme a própria curva de reação.

- Os níveis de produção são, portanto, encontrados no ponto de interseção entre as duas curvas de reação.

- No equilíbrio de Cournot(-Nash), as escolhas de todas as firmas são condizentes com as funções melhor resposta de cada uma das firmas.
- Ou seja, em equilíbrio, cada um dos duopolistas produz uma quantidade que maximiza os seus lucros em função da quantidade que está sendo produzida pela concorrente, de tal maneira que nenhuma das duas firmas tem qualquer estímulo para modificar o nível de produção.

$$\left.\begin{array}{l} q_1 = q_1^*(q_2) \\ \\ q_2 = q_2^*(q_1) \end{array}\right. \Rightarrow \text{equilíbrio estável}$$

- No equilíbrio de Cournot(-Nash), as escolhas de todas as firmas são condizentes com as funções melhor resposta de cada uma das firmas.

- Ou seja, em equilíbrio, cada um dos duopolistas produz uma quantidade que maximiza os seus lucros em função da quantidade que está sendo produzida pela concorrente, de tal maneira que nenhuma das duas firmas tem qualquer estímulo para modificar o nível de produção.

$$\left.\begin{array}{l} q_1 = q_1^*(q_2) \\ \\ q_2 = q_2^*(q_1) \end{array}\right. \Rightarrow \text{equilíbrio estável}$$

- Se a demanda for linear e o custo marginal constante, o função de reação de cada firma também será linear.
- Em particular, suponha a seguinte demanda linear:

$$P = a - bQ, \text{ onde } Q = q_1 + q_2$$

- E que os custos marginais são constantes e iguais a c.
- Qual é o equilíbrio de Cournot-Nash desse jogo?

- Se a demanda for linear e o custo marginal constante, o função de reação de cada firma também será linear.
- Em particular, suponha a seguinte demanda linear:

$$P = a - bQ, \text{ onde } Q = q_1 + q_2$$

- E que os custos marginais são constantes e iguais a c.
- Qual é o equilíbrio de Cournot-Nash desse jogo?

- Se a demanda for linear e o custo marginal constante, o função de reação de cada firma também será linear.

- Em particular, suponha a seguinte demanda linear:

$$P = a - bQ, \text{ onde } Q = q_1 + q_2$$

- E que os custos marginais são constantes e iguais a c.

- Qual é o equilíbrio de Cournot-Nash desse jogo?

- Se a demanda for linear e o custo marginal constante, o função de reação de cada firma também será linear.
- Em particular, suponha a seguinte demanda linear:

$$P = a - bQ, \text{ onde } Q = q_1 + q_2$$

- E que os custos marginais são constantes e iguais a c.
- Qual é o equilíbrio de Cournot-Nash desse jogo?

- Maximização de lucro (receita total menos custo total).
- Lucro da firma $i = 1,2$:

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - cq_i$$

$$\pi_i(q_i) = \left[P(q_1 + q_2) - c\right].q_i$$
$$\pi_i(q_i) = \left[a - b(q_1 + q_2) - c\right].q_i$$

- Maximização de lucro (receita total menos custo total).
- Lucro da firma $i = 1, 2$:

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - cq_i$$

$$\pi_i(q_i) = [P(q_1 + q_2) - c].q_i$$
$$\pi_i(q_i) = [a - b(q_1 + q_2) - c].q_i$$

- Maximização de lucro (receita total menos custo total).
- Lucro da firma $i = 1, 2$:

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - cq_i$$

$$\pi_i(q_i) = [P(q_1 + q_2) - c].q_i$$
$$\pi_i(q_i) = [a - b(q_1 + q_2) - c].q_i$$

- Maximização de lucro (receita total menos custo total).
- Lucro da firma $i = 1, 2$:

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - cq_i$$

$$\pi_i(q_i) = [P(q_1 + q_2) - c] .q_i$$
$$\pi_i(q_i) = [a - b(q_1 + q_2) - c] .q_i$$

- Condições de primeira ordem implicam que as funções de reação das firmas são dadas por:

$$q_1 = \frac{a - c - b\bar{q}_2}{2b}$$

e

$$q_2 = \frac{a - c - b\bar{q}_1}{2b}.$$

- Um equilíbrio é um ponto no qual as firmas escolhem suas quantidades ótimas dado o que elas conjecturam que a outra firma está fazendo e essa conjectura está correta.
- Especificamente, um equilíbrio corresponde a um par de produção (q_1, q_2) tal que q_1 é a resposta ótima da firma 1 dado q_2, e, analogamente, q_2 é a resposta ótima da firma 2 dado q_1.

- Condições de primeira ordem implicam que as funções de reação das firmas são dadas por:

$$q_1 = \frac{a - c - b\bar{q}_2}{2b}$$

e

$$q_2 = \frac{a - c - b\bar{q}_1}{2b}.$$

- Um equilíbrio é um ponto no qual as firmas escolhem suas quantidades ótimas dado o que elas conjecturam que a outra firma está fazendo e essa conjectura está correta.
- Especificamente, um equilíbrio corresponde a um par de produção (q_1, q_2) tal que q_1 é a resposta ótima da firma 1 dado q_2, e, analogamente, q_2 é a resposta ótima da firma 2 dado q_1.

- Condições de primeira ordem implicam que as funções de reação das firmas são dadas por:

$$q_1 = \frac{a - c - b\bar{q}_2}{2b}$$

e

$$q_2 = \frac{a - c - b\bar{q}_1}{2b}.$$

- Um equilíbrio é um ponto no qual as firmas escolhem suas quantidades ótimas dado o que elas conjecturam que a outra firma está fazendo e essa conjectura está correta.
- Especificamente, um equilíbrio corresponde a um par de produção (q_1, q_2) tal que q_1 é a resposta ótima da firma 1 dado q_2, e, analogamente, q_2 é a resposta ótima da firma 2 dado q_1.

Equilíbrio de Nash: teorema do ponto fixo

$$\begin{cases} q_1^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2^N}{2} \\ q_2^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1^N}{2} \end{cases},$$

cujas soluções são:

$$\Rightarrow q_1^N = \frac{a-c}{3b} \quad \text{e} \quad q_2^N = \frac{a-c}{3b}.$$

Logo, a quantidade total produzida nesse mercado é

$$Q^N = q_1^N + q_2^N \Rightarrow Q^N = \frac{2(a-c)}{3b},$$

e o preço de equilíbrio

$$P = a - bQ^N \Rightarrow P^* = a - \frac{2(a-c)}{3} \Rightarrow P^* = \frac{a+2c}{3}$$

Equilíbrio de Nash: teorema do ponto fixo

$$\begin{cases} q_1^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2^N}{2} \\ q_2^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1^N}{2} \end{cases},$$

cujas soluções são:

$$\Rightarrow q_1^N = \frac{a-c}{3b} \qquad \text{e} \qquad q_2^N = \frac{a-c}{3b}.$$

Logo, a quantidade total produzida nesse mercado é

$$Q^N = q_1^N + q_2^N \Rightarrow Q^N = \frac{2(a-c)}{3b},$$

e o preço de equilíbrio

$$P = a - bQ^N \Rightarrow P^* = a - \frac{2(a-c)}{3} \Rightarrow P^* = \frac{a+2c}{3}$$

Equilíbrio de Nash: teorema do ponto fixo

$$\begin{cases} q_1^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2^N}{2} \\ q_2^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1^N}{2} \end{cases},$$

cujas soluções são:

$$\Rightarrow q_1^N = \frac{a-c}{3b} \quad \text{e} \quad q_2^N = \frac{a-c}{3b}.$$

Logo, a quantidade total produzida nesse mercado é

$$Q^N = q_1^N + q_2^N \Rightarrow Q^N = \frac{2(a-c)}{3b},$$

e o preço de equilíbrio

$$P = a - bQ^N \Rightarrow P^* = a - \frac{2(a-c)}{3} \Rightarrow P^* = \frac{a+2c}{3}$$

Equilíbrio de Nash: teorema do ponto fixo

$$\begin{cases} q_1^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_2^N}{2} \\ q_2^N = \frac{a-c}{2b} - \frac{q_1^N}{2} \end{cases},$$

cujas soluções são:

$$\Rightarrow q_1^N = \frac{a-c}{3b} \quad \text{e} \quad q_2^N = \frac{a-c}{3b}.$$

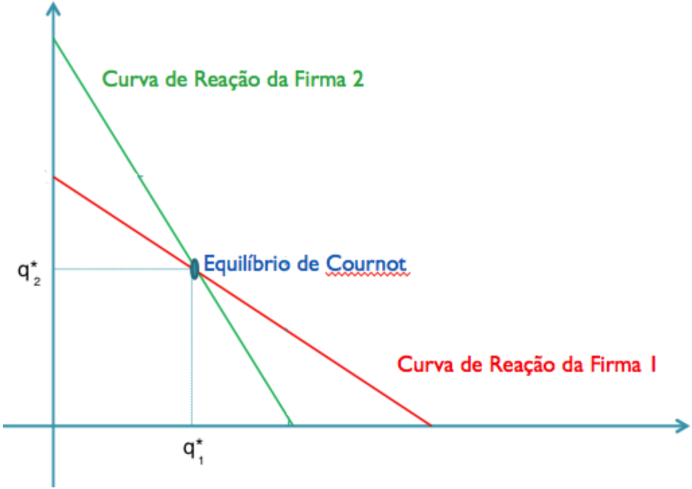
Logo, a quantidade total produzida nesse mercado é

$$Q^N = q_1^N + q_2^N \Rightarrow Q^N = \frac{2(a-c)}{3b},$$

e o preço de equilíbrio

$$P = a - bQ^N \Rightarrow P^* = a - \frac{2(a-c)}{3} \Rightarrow P^* = \frac{a+2c}{3}$$

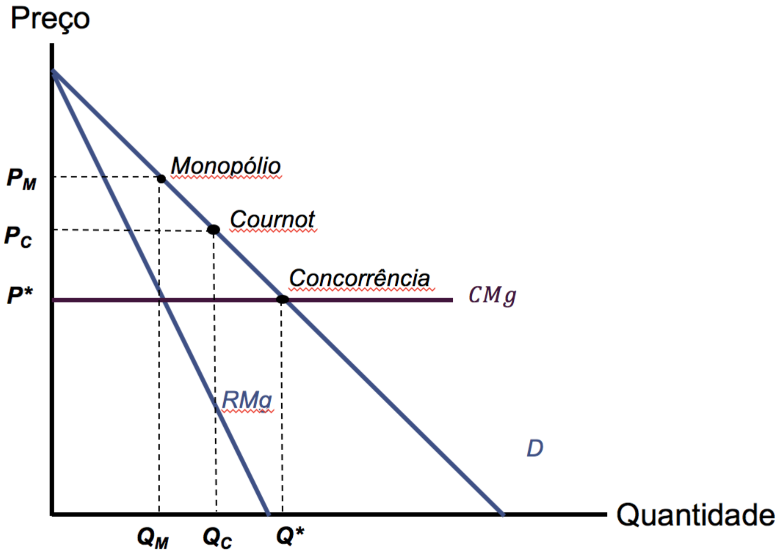
Ou seja, o equilíbrio é dado graficamente pela interseção entre as curvas de reação.



- Considerando o mesmo ambiente econômico em questão, quais seriam as produções de monopólio e concorrência perfeita?
- Duopólio de Cournot é uma estrutura de mercado intermediária, entre o monopólio (máxima concentração de mercado) e competição perfeita (mínima concentração de mercado).
- Seria natural esperar que os preços de equilíbrio e a produção em duopólio também estivessem entre os extremos de monopólio e competição perfeita.

- Considerando o mesmo ambiente econômico em questão, quais seriam as produções de monopólio e concorrência perfeita?
- Duopólio de Cournot é uma estrutura de mercado intermediária, entre o monopólio (máxima concentração de mercado) e competição perfeita (mínima concentração de mercado).
- Seria natural esperar que os preços de equilíbrio e a produção em duopólio também estivessem entre os extremos de monopólio e competição perfeita.

- Considerando o mesmo ambiente econômico em questão, quais seriam as produções de monopólio e concorrência perfeita?
- Duopólio de Cournot é uma estrutura de mercado intermediária, entre o monopólio (máxima concentração de mercado) e competição perfeita (mínima concentração de mercado).
- Seria natural esperar que os preços de equilíbrio e a produção em duopólio também estivessem entre os extremos de monopólio e competição perfeita.


Preço
P_M
P_C
P^*
Monopólio
Cournot
Concorrência
CMg
RMg
D
Quantidade
Q_M
Q_C
Q^*

Bertrand versus Cournot

- Os dois modelos simultâneos de oligólio apresentados, Bertrand e Cournot, apesar de similares em suas hipóteses, apresentam previsões bem distintas sobre o comportamento das firmas.
- O modelo de Cournot prevê que o preço de um duopólio é inferior os de monopólio, mas superior ao de concorrência perfeita.
- O modelo de Bertrand, em contraste, prevê que uma competição duopolista já é suficiente para direcionar preço ao custo marginal, ou seja, duas firmas já são suficientes para atingir o preço de competição perfeita.
- Qual modelo é mais realista?

Bertrand versus Cournot

- Os dois modelos simultâneos de oligólio apresentados, Bertrand e Cournot, apesar de similares em suas hipóteses, apresentam previsões bem distintas sobre o comportamento das firmas.
- O modelo de Cournot prevê que o preço de um duopólio é inferior os de monopólio, mas superior ao de concorrência perfeita.
- O modelo de Bertrand, em contraste, prevê que uma competição duopolista já é suficiente para direcionar preço ao custo marginal, ou seja, duas firmas já são suficientes para atingir o preço de competição perfeita.
- Qual modelo é mais realista?

- Os dois modelos simultâneos de oligólio apresentados, Bertrand e Cournot, apesar de similares em suas hipóteses, apresentam previsões bem distintas sobre o comportamento das firmas.
- O modelo de Cournot prevê que o preço de um duopólio é inferior os de monopólio, mas superior ao de concorrência perfeita.
- O modelo de Bertrand, em contraste, prevê que uma competição duopolista já é suficiente para direcionar preço ao custo marginal, ou seja, duas firmas já são suficientes para atingir o preço de competição perfeita.
- Qual modelo é mais realista?

Bertrand versus Cournot

- Os dois modelos simultâneos de oligólio apresentados, Bertrand e Cournot, apesar de similares em suas hipóteses, apresentam previsões bem distintas sobre o comportamento das firmas.
- O modelo de Cournot prevê que o preço de um duopólio é inferior os de monopólio, mas superior ao de concorrência perfeita.
- O modelo de Bertrand, em contraste, prevê que uma competição duopolista já é suficiente para direcionar preço ao custo marginal, ou seja, duas firmas já são suficientes para atingir o preço de competição perfeita.
- Qual modelo é mais realista?

Bertrand versus Cournot

- Depende! As indústrias são diferentes...
- Algumas indústrias são melhores descritas pelo modelo de Cournot, outras pelo de Bertrand.
- Situações em que as firmas precisam escolher suas capacidade produtivas e seus preços cobrados, e que a capacidade produtiva não pode ser facilmente ajustada, o modelo de Cournot se adapta melhor.
- Mas já em situações em que não há restrição de capacidade produtiva, o modelo de Bertrand pode ser mais adequado.

Bertrand versus Cournot

- Depende! As indústrias são diferentes...
- Algumas indústrias são melhores descritas pelo modelo de Cournot, outras pelo de Bertrand.
- Situações em que as firmas precisam escolher suas capacidade produtivas e seus preços cobrados, e que a capacidade produtiva não pode ser facilmente ajustada, o modelo de Cournot se adapta melhor.
- Mas já em situações em que não há restrição de capacidade produtiva, o modelo de Bertrand pode ser mais adequado.

Bertrand versus Cournot

- Depende! As indústrias são diferentes...
- Algumas indústrias são melhores descritas pelo modelo de Cournot, outras pelo de Bertrand.
- Situações em que as firmas precisam escolher suas capacidade produtivas e seus preços cobrados, e que a capacidade produtiva não pode ser facilmente ajustada, o modelo de Cournot se adapta melhor.
- Mas já em situações em que não há restrição de capacidade produtiva, o modelo de Bertrand pode ser mais adequado.

Bertrand versus Cournot

- Depende! As indústrias são diferentes...
- Algumas indústrias são melhores descritas pelo modelo de Cournot, outras pelo de Bertrand.
- Situações em que as firmas precisam escolher suas capacidade produtivas e seus preços cobrados, e que a capacidade produtiva não pode ser facilmente ajustada, o modelo de Cournot se adapta melhor.
- Mas já em situações em que não há restrição de capacidade produtiva, o modelo de Bertrand pode ser mais adequado.

- O que aconteceria com o equilíbrio de Nash de um jogo de Cournot se tivermos mais de duas firmas no mercado?
- Suponha que existam n firmas nessa indústria e que a demanda do mercado é linear, ou seja,

$$P = a - bQ,$$

onde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ é a produção total.

- Os custos marginais de todas as n firmas são iguais e dados por c.

- O que aconteceria com o equilíbrio de Nash de um jogo de Cournot se tivermos mais de duas firmas no mercado?
- Suponha que existam n firmas nessa indústria e que a demanda do mercado é linear, ou seja,

$$P = a - bQ,$$

onde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ é a produção total.

- Os custos marginais de todas as n firmas são iguais e dados por c.

Oligopólio de Cournot

- O que aconteceria com o equilíbrio de Nash de um jogo de Cournot se tivermos mais de duas firmas no mercado?
- Suponha que existam n firmas nessa indústria e que a demanda do mercado é linear, ou seja,

$$P = a - bQ,$$

onde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$ é a produção total.

- Os custos marginais de todas as n firmas são iguais e dados por c.

- O lucro da firma i é

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - cq_i = [P(Q) - c]\, q_i = [a - bQ - c]\, q_i,$$

onde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$.

- Alternativamente, observe que

$$\pi_i(q_i) = (a - bQ_{-i} - bq_i - c)\, q_i,$$

onde $Q_{-i} = Q - q_i$.

- O lucro da firma i é

$$\pi_i(q_i) = P(Q).q_i - cq_i = [P(Q) - c]\, q_i = [a - bQ - c]\, q_i,$$

onde $Q = \sum_{i=1}^{n} q_i$.

- Alternativamente, observe que

$$\pi_i(q_i) = (a - bQ_{-i} - bq_i - c)\, q_i,$$

onde $Q_{-i} = Q - q_i$.

- A curva de reação de cada firma i é dada implicitamente por

$$a - bQ_{-i} - 2bq_i - c = 0,$$

  o que nos permite identificar que a curva de reação da firma i é uma função da produção de todas as demais $-i$ firmas, ou seja, $q_i(Q_{-i})$.

- Como estamos ainda considerando um caso de oligopólio simétrico, todas as firmas irão produzir em equilíbrio a mesma quantidade do bem, ou seja,

$$q_i^N = q^N.$$

- A curva de reação de cada firma i é dada implicitamente por

$$a - bQ_{-i} - 2bq_i - c = 0,$$

o que nos permite identificar que a curva de reação da firma i é uma função da produção de todas as demais $-i$ firmas, ou seja, $q_i(Q_{-i})$.

- Como estamos ainda considerando um caso de oligopólio simétrico, todas as firmas irão produzir em equilíbrio a mesma quantidade do bem, ou seja,

$$q_i^N = q^N.$$

- Isso implica que
$$Q = nq^N$$
ou analogamente
$$Q_{-i} = (n-1)q^N.$$

- Dessa forma, a produção em equilíbrio de cada uma das n firmas é
$$q^N = \frac{a-c}{(n+1)\,b},$$
e a produção total
$$Q = \frac{n}{n+1}\frac{a-c}{b}.$$

- Isso implica que

$$Q = nq^N$$

ou analogamente

$$Q_{-i} = (n-1)q^N.$$

- Dessa forma, a produção em equilíbrio de cada uma das n firmas é

$$q^N = \frac{a-c}{(n+1)\,b},$$

e a produção total

$$Q = \frac{n}{n+1}\frac{a-c}{b}.$$

Ou seja...

A produção total em equilíbrio de Cournot-Nash é maior do que em monopólio, mas menor do que em competição perfeita. Mais do que isso, quando o número de firmas aumenta, a produção total aumenta. Finalmente, quando o número de firmas competindo por Cournot tende ao infinito, a produção total converge para o valor de competição perfeita.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n}{n+1}\frac{a-c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

- Duopólio de Stackelberg: competição sequencial por quantidade

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Como em Cournot, firmas escolhem quantidade. No entanto, uma firma escolhe antes da outra.

- Primeiro a firma líder escolhe sua produção, para em seguida a firma seguidora fazer sua escolha.

- Duopólio de Stackelberg: competição sequencial por quantidade

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Como em Cournot, firmas escolhem quantidade. No entanto, uma firma escolhe antes da outra.
- Primeiro a firma líder escolhe sua produção, para em seguida a firma seguidora fazer sua escolha.

- Duopólio de Stackelberg: competição sequencial por quantidade

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Como em Cournot, firmas escolhem quantidade. No entanto, uma firma escolhe antes da outra.
- Primeiro a firma líder escolhe sua produção, para em seguida a firma seguidora fazer sua escolha.

- Duopólio de Stackelberg: competição sequencial por quantidade

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Como em Cournot, firmas escolhem quantidade. No entanto, uma firma escolhe antes da outra.
- Primeiro a firma líder escolhe sua produção, para em seguida a firma seguidora fazer sua escolha.

- Duopólio de Stackelberg: competição sequencial por quantidade

1. Só existem duas empresas no mercado.
2. Cada empresa leva em consideração apenas a estratégia de uma concorrente na tomada de decisão.

- Como em Cournot, firmas escolhem quantidade. No entanto, uma firma escolhe antes da outra.
- Primeiro a firma líder escolhe sua produção, para em seguida a firma seguidora fazer sua escolha.

- Firma seguidora conhece a escolha da firma líder quando toma a sua decisão.
- A firma líder escolhe produzir q_L, a empresa seguidora responde com a escolha da quantidade q_S.
- Ambas as empresas sabem que o preço de equilíbrio do mercado depende da quantidade **total** produzida.
- Utilizamos a função demanda inversa $P(Q)$ para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total $Q = q_L + q_S$.

- Firma seguidora conhece a escolha da firma líder quando toma a sua decisão.
- A firma líder escolhe produzir q_L, a empresa seguidora responde com a escolha da quantidade q_S.
- Ambas as empresas sabem que o preço de equilíbrio do mercado depende da quantidade **total** produzida.
- Utilizamos a função demanda inversa $P(Q)$ para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total $Q = q_L + q_S$.

- Firma seguidora conhece a escolha da firma líder quando toma a sua decisão.
- A firma líder escolhe produzir q_L, a empresa seguidora responde com a escolha da quantidade q_S.
- Ambas as empresas sabem que o preço de equilíbrio do mercado depende da quantidade **total** produzida.
- Utilizamos a função demanda inversa $P(Q)$ para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total $Q = q_L + q_S$.

- Firma seguidora conhece a escolha da firma líder quando toma a sua decisão.
- A firma líder escolhe produzir q_L, a empresa seguidora responde com a escolha da quantidade q_S.
- Ambas as empresas sabem que o preço de equilíbrio do mercado depende da quantidade **total** produzida.
- Utilizamos a função demanda inversa $P(Q)$ para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total $Q = q_L + q_S$.

Duopólio de Stackelberg

- Qual nível de produção a firma líder deveria escolher para maximizar seus lucros?
- Depende de como ela espera que a seguidora reaja à sua escolha!
- Para a líder escolher sobre sua própria produção, ela terá de considerar o problema de maximização de lucro da seguidora.
- Utilizamos a função demanda inversa

$$P(Q)$$

para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total

$$Q = q_L + q_S.$$

Duopólio de Stackelberg

- Qual nível de produção a firma líder deveria escolher para maximizar seus lucros?
- Depende de como ela espera que a seguidora reaja à sua escolha!
- Para a líder escolher sobre sua própria produção, ela terá de considerar o problema de maximização de lucro da seguidora.
- Utilizamos a função demanda inversa

$$P(Q)$$

para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total

$$Q = q_L + q_S.$$

Duopólio de Stackelberg

- Qual nível de produção a firma líder deveria escolher para maximizar seus lucros?
- Depende de como ela espera que a seguidora reaja à sua escolha!
- Para a líder escolher sobre sua própria produção, ela terá de considerar o problema de maximização de lucro da seguidora.
- Utilizamos a função demanda inversa

$$P(Q)$$

para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total

$$Q = q_L + q_S.$$

- Qual nível de produção a firma líder deveria escolher para maximizar seus lucros?
- Depende de como ela espera que a seguidora reaja à sua escolha!
- Para a líder escolher sobre sua própria produção, ela terá de considerar o problema de maximização de lucro da seguidora.
- Utilizamos a função demanda inversa

$$P(Q)$$

para indicar o preço de equilíbrio como função da produção total

$$Q = q_L + q_S.$$

- O lucro da seguidora depende da escolha da produção da líder, mas do ponto de vista da seguidora, a produção da líder é predeterminada, ou seja, a seguidora toma como dada.
- A firma seguidora, portanto, deseja maximizar seus lucros:

$$\max_{q_S} \pi(q_S, q_L) \Rightarrow \max_{q_S} P(Q)q_S - C_S(q_S)$$

$$\Rightarrow \max_{q_S} P(q_S + q_L)q_S - C_S(q_S)$$

- Para, então, encontrar uma função melhor resposta ou função de reação (a escolha maximizadora de lucros da seguidora dependerá da escolha feita pela líder):

$$q_S = q_S^*(q_L)$$

- O lucro da seguidora depende da escolha da produção da líder, mas do ponto de vista da seguidora, a produção da líder é predeterminada, ou seja, a seguidora toma como dada.
- A firma seguidora, portanto, deseja maximizar seus lucros:

$$\max_{q_S} \pi(q_S, q_L) \;\Rightarrow\; \max_{q_S} P(Q)q_S - C_S(q_S)$$

$$\Rightarrow\; \max_{q_S} P(q_S + q_L)q_S - C_S(q_S)$$

- Para, então, encontrar uma função melhor resposta ou função de reação (a escolha maximizadora de lucros da seguidora dependerá da escolha feita pela líder):

$$q_S = q_S^*(q_L)$$

- O lucro da seguidora depende da escolha da produção da líder, mas do ponto de vista da seguidora, a produção da líder é predeterminada, ou seja, a seguidora toma como dada.
- A firma seguidora, portanto, deseja maximizar seus lucros:

$$\max_{q_S} \pi(q_S, q_L) \Rightarrow \max_{q_S} P(Q)q_S - C_S(q_S)$$

$$\Rightarrow \max_{q_S} P(q_S + q_L)q_S - C_S(q_S)$$

- Para, então, encontrar uma função melhor resposta ou função de reação (a escolha maximizadora de lucros da seguidora dependerá da escolha feita pela líder):

$$q_S = q_S^*(q_L)$$

- É de se supor que a líder também tenha conhecimento de que suas ações influenciem a escolha de produção da seguidora – relação resumida pela função de reação da seguidora $q_S^*(q_L)$ –, e portanto, leve em consideração esse aspecto ao realizar sua escolha.
- Como a firma líder conhece a função melhor resposta da firma seguidora (jogo com common knowledge), pode incorporar essa informação no seu problema de maximização.

$$\begin{array}{l} \max_{q_L} \; P(q_L + q_S)q_L - C_L(q_L) \\ \quad \text{sujeito a} \quad q_S = q_S^*(q_L) \end{array} \Rightarrow \max_{q_L} \; P\left(q_L + q_S^*(q_L)\right) q_L - C_L(q_L)$$

- É possível, assim, encontrar a quantidade que maximiza o lucro da firma líder!

- É de se supor que a líder também tenha conhecimento de que suas ações influenciem a escolha de produção da seguidora – relação resumida pela função de reação da seguidora $q_S^*(q_L)$ –, e portanto, leve em consideração esse aspecto ao realizar sua escolha.

- Como a firma líder conhece a função melhor resposta da firma seguidora (jogo com common knowledge), pode incorporar essa informação no seu problema de maximização.

$$\begin{array}{l} \max_{q_L} \; P(q_L + q_S)q_L - C_L(q_L) \\ \quad \text{sujeito a} \quad q_S = q_S^*(q_L) \end{array} \Rightarrow \max_{q_L} \; P\left(q_L + q_S^*(q_L)\right) q_L - C_L(q_L)$$

- É possível, assim, encontrar a quantidade que maximiza o lucro da firma líder!

- É de se supor que a líder também tenha conhecimento de que suas ações influenciem a escolha de produção da seguidora – relação resumida pela função de reação da seguidora $q_S^*(q_L)$ –, e portanto, leve em consideração esse aspecto ao realizar sua escolha.

- Como a firma líder conhece a função melhor resposta da firma seguidora (jogo com common knowledge), pode incorporar essa informação no seu problema de maximização.

$$\begin{array}{l} \max_{q_L} \; P(q_L + q_S)q_L - C_L(q_L) \\ \quad \text{sujeito a} \quad q_S = q_S^*(q_L) \end{array} \Rightarrow \; \max_{q_L} \; P\left(q_L + q_S^*(q_L)\right) q_L - C_L(q_L)$$

- É possível, assim, encontrar a quantidade que maximiza o lucro da firma líder!

Duopólio de Stackelberg

- Demanda linear:

$$P(Q) = a - bQ, \text{ onde } Q = q_L + q_S$$

- Custos marginais constantes, c, e iguais para as duas firmas (sem custo fixo).

- Custo total da firma $i = S, L$:

$$C_i(q_i) = cq_i$$

Duopólio de Stackelberg

- Demanda linear:

$$P(Q) = a - bQ, \text{ onde } Q = q_L + q_S$$

- Custos marginais constantes, c, e iguais para as duas firmas (sem custo fixo).

- Custo total da firma $i = S, L$:

$$C_i(q_i) = cq_i$$

Duopólio de Stackelberg

- Demanda linear:

$$P(Q) = a - bQ, \text{ onde } Q = q_L + q_S$$

- Custos marginais constantes, c, e iguais para as duas firmas (sem custo fixo).

- Custo total da firma $i = S, L$:

$$C_i(q_i) = cq_i$$

- Problema da firma seguidora:

$$\max_{q_S} [a - b(q_S + q_L)]\, q_S - cq_S$$

- Logo, a função de reação da firma seguidora é:

$$q_S = \frac{a - c - bq_L}{2b}$$

- Problema da firma líder:

$$\max\nolimits_{q_L} \; [a - b(q_S + q_L)]\, q_L - cq_L$$

$$\text{sujeito a} \quad q_S = \tfrac{a-c-bq_L}{2b}$$

- Problema da firma seguidora:

$$\max_{q_S} \left[a - b(q_S + q_L)\right] q_S - cq_S$$

- Logo, a função de reação da firma seguidora é:

$$q_S = \frac{a - c - bq_L}{2b}$$

- Problema da firma líder:

$$\max_{q_L} \left[a - b(q_S + q_L)\right] q_L - cq_L$$

$$\text{sujeito a} \quad q_S = \frac{a-c-bq_L}{2b}$$

- Problema da firma seguidora:

$$\max_{q_S} [a - b(q_S + q_L)]\, q_S - cq_S$$

- Logo, a função de reação da firma seguidora é:

$$q_S = \frac{a - c - bq_L}{2b}$$

- Problema da firma líder:

$$\max_{q_L} \; [a - b(q_S + q_L)]\, q_L - cq_L$$

$$\text{sujeito a} \quad q_S = \tfrac{a-c-bq_L}{2b}$$

- Ou seja, o problema da firma líder pode ser reescrito por:

$$\max_{q_L} \left[a - b\left(\frac{a-c-bq_L}{2b} + q_L\right)\right] q_L - cq_L$$

- Fazendo manipulações algébricas, temos

$$\max_{q_L} aq_L - b\left(\frac{a}{2b}\right) q_L + b\left(\frac{c}{2b}\right) q_L + \frac{b^2}{2b} q_L^2 - bq_L^2 - cq_L$$

que finalmente pode ser apresentado por

$$\max_{q_L} \left(\frac{a}{2}\right) q_L - \left(\frac{c}{2}\right) q_L - \frac{b}{2} q_L^2$$

- Ou seja, o problema da firma líder pode ser reescrito por:

$$\max_{q_L} \left[a - b\left(\frac{a - c - bq_L}{2b} + q_L\right)\right] q_L - cq_L$$

- Fazendo manipulações algébricas, temos

$$\max_{q_L} aq_L - b\left(\frac{a}{2b}\right) q_L + b\left(\frac{c}{2b}\right) q_L + \frac{b^2}{2b} q_L^2 - bq_L^2 - cq_L$$

que finalmente pode ser apresentado por

$$\max_{q_L} \left(\frac{a}{2}\right) q_L - \left(\frac{c}{2}\right) q_L - \frac{b}{2} q_L^2$$

- Logo, no ótimo a firma líder escolhe

$$\pi_L^{'} = 0 \Rightarrow \frac{a-c}{2} - bq_L = 0$$

$$\Rightarrow q_L = \frac{a-c}{2b}.$$

- Assim, a produção da firma seguidora é

$$q_S = \frac{a-c-bq_L}{2b} \Rightarrow q_S = \frac{a-c-b\left(\frac{a-c}{2b}\right)}{2b} \Rightarrow q_S = \frac{a-c}{4b}$$

- Logo, no ótimo a firma líder escolhe

$$\pi_L^{'} = 0 \Rightarrow \frac{a-c}{2} - bq_L = 0$$

$$\Rightarrow q_L = \frac{a-c}{2b}.$$

- Assim, a produção da firma seguidora é

$$q_S = \frac{a-c-bq_L}{2b} \Rightarrow q_S = \frac{a-c-b\left(\frac{a-c}{2b}\right)}{2b} \Rightarrow q_S = \frac{a-c}{4b}$$

- Quantidade total produzida no mercado é

$$Q = q_S^* + q_L^* \Rightarrow \; Q = \frac{a-c}{4b} + \frac{a-c}{2b} \; \Rightarrow \; Q = \frac{3(a-c)}{4b}.$$

- E consequentemente, o preço de equilíbrio é

$$P = a - bQ \; \Rightarrow \; P = \frac{a+3c}{4b}.$$

- Quantidade total produzida no mercado é

$$Q = q_S^* + q_L^* \Rightarrow \; Q = \frac{a-c}{4b} + \frac{a-c}{2b} \; \Rightarrow \; Q = \frac{3(a-c)}{4b}.$$

- E consequentemente, o preço de equilíbrio é

$$P = a - bQ \; \Rightarrow \; P = \frac{a+3c}{4b}.$$

- Suponha agora um jogo sequencial mas que a liderança é na escolha do preço.
- Ou seja, considere um mercado composto de um líder de preço (firma 1) e outras firmas seguidoras.
- Como será o equilíbrio desse mercado?
  - Firmas 2,...,n serão tomadoras de preço (estabelecido pela firma líder): observe que como os produtos são homogêneos, o preço escolhido pela líder deve ser o mesmo para todas as outras firmas.
  - Firma 1 terá uma função reação mais complexa, buscando prever como sua escolha afeta as ações das outras firmas.

- Suponha agora um jogo sequencial mas que a liderança é na escolha do preço.
- Ou seja, considere um mercado composto de um líder de preço (firma 1) e outras firmas seguidoras.
- Como será o equilíbrio desse mercado?
  - Firmas $2, \ldots, n$ serão tomadoras de preço (estabelecido pela firma líder): observe que como os produtos são homogêneos, o preço escolhido pela líder deve ser o mesmo para todas as outras firmas.
  - Firma 1 terá uma função reação mais complexa, buscando prever como sua escolha afeta as ações das outras firmas.

- Suponha agora um jogo sequencial mas que a liderança é na escolha do preço.
- Ou seja, considere um mercado composto de um líder de preço (firma 1) e outras firmas seguidoras.
- Como será o equilíbrio desse mercado?
    - Firmas $2, \ldots, n$ serão tomadoras de preço (estabelecido pela firma líder): observe que como os produtos são homogêneos, o preço escolhido pela líder deve ser o mesmo para todas as outras firmas.
    - Firma 1 terá uma função reação mais complexa, buscando prever como sua escolha afeta as ações das outras firmas.

- Suponha agora um jogo sequencial mas que a liderança é na escolha do preço.
- Ou seja, considere um mercado composto de um líder de preço (firma 1) e outras firmas seguidoras.
- Como será o equilíbrio desse mercado?
  - Firmas 2,...,n serão tomadoras de preço (estabelecido pela firma líder): observe que como os produtos são homogêneos, o preço escolhido pela líder deve ser o mesmo para todas as outras firmas.
  - Firma 1 terá uma função reação mais complexa, buscando prever como sua escolha afeta as ações das outras firmas.

Liderança em Preço

- Suponha agora um jogo sequencial mas que a liderança é na escolha do preço.
- Ou seja, considere um mercado composto de um líder de preço (firma 1) e outras firmas seguidoras.
- Como será o equilíbrio desse mercado?
  - Firmas 2,...,n serão tomadoras de preço (estabelecido pela firma líder): observe que como os produtos são homogêneos, o preço escolhido pela líder deve ser o mesmo para todas as outras firmas.
  - Firma 1 terá uma função reação mais complexa, buscando prever como sua escolha afeta as ações das outras firmas.

Liderança em Preço

- A firma 1 escolhe p_1.
- As outras $n-1$ firmas do mercado maximizam seus lucros, dado p_1.
- Com somente duas firmas, a seguidora maximiza

$$\pi_2(p_1) = p_1 q_2 - C_2(q_2)$$

- Se a demanda total é dada por $D(p)$, a demanda residual da firma líder será

$$DR_1(p_1) = D(p_1) - S_2(p_1)$$

Liderança em Preço

- A firma 1 escolhe p_1.
- As outras $n-1$ firmas do mercado maximizam seus lucros, dado p_1.
- Com somente duas firmas, a seguidora maximiza

$$\pi_2(p_1) = p_1 q_2 - C_2(q_2)$$

- Se a demanda total é dada por $D(p)$, a demanda residual da firma líder será

$$DR_1(p_1) = D(p_1) - S_2(p_1)$$

- A firma 1 escolhe p_1.
- As outras $n-1$ firmas do mercado maximizam seus lucros, dado p_1.
- Com somente duas firmas, a seguidora maximiza

$$\pi_2(p_1) = p_1 q_2 - C_2(q_2)$$

- Se a demanda total é dada por $D(p)$, a demanda residual da firma líder será

$$DR_1(p_1) = D(p_1) - S_2(p_1)$$

- A firma 1 escolhe p_1.
- As outras $n-1$ firmas do mercado maximizam seus lucros, dado p_1.
- Com somente duas firmas, a seguidora maximiza

$$\pi_2(p_1) = p_1 q_2 - C_2(q_2)$$

- Se a demanda total é dada por $D(p)$, a demanda residual da firma líder será

$$DR_1(p_1) = D(p_1) - S_2(p_1)$$

Considere um modelo de liderança de preços com produtos homogêneos, ou seja, no qual há uma firma líder que escolhe o preço de mercado e uma seguidora que é tomadora de preços ao maximizar seu lucro. Suponha que a demanda de mercado seja descrita por $P = a - bQ$ em que P é o preço e Q é a quantidade total produzida. Se as funções custos das firmas seguidora e líder são dadas, respectivamente, por $C_S(Q_S) = 0,5Q_S^2$ e $C_L(Q_L) = cQ_L$, calcule o preço de equilíbrio.

Indução retroativa!

- Problema da seguidora nos leva a seguinte curva de reação:

$$Q_S = P_L$$

- Demanda (inversa) residual da líder!

$$P_L = \frac{a - bQ_L}{1 + b}$$

- Problema da líder (considerando sua demanda residual) nos leva ao seguinte resultado:

$$P_L = \frac{a + c(1 + b)}{2(1 + b)}$$

$$Q_L = \frac{a - c(1 + b)}{2b}$$

Indução retroativa!

- Problema da seguidora nos leva a seguinte curva de reação:

$$Q_S = P_L$$

- Demanda (inversa) residual da líder!

$$P_L = \frac{a - bQ_L}{1+b}$$

- Problema da líder (considerando sua demanda residual) nos leva ao seguinte resultado:

$$P_L = \frac{a + c(1+b)}{2(1+b)}$$

$$Q_L = \frac{a - c(1+b)}{2b}$$

Indução retroativa!

- Problema da seguidora nos leva a seguinte curva de reação:

$$Q_S = P_L$$

- Demanda (inversa) residual da líder!

$$P_L = \frac{a - bQ_L}{1 + b}$$

- Problema da líder (considerando sua demanda residual) nos leva ao seguinte resultado:

$$P_L = \frac{a + c(1 + b)}{2(1 + b)}$$

$$Q_L = \frac{a - c(1 + b)}{2b}$$