

## Teoria Econômica Avançada I - Lista 04

**Professor:** Aloisio Araújo

**Monitor:** Ilton G. Soares

**Data de Entrega:** 15/04/2007 (na secretaria)

**Exercício 1** Se  $f \in M^+(X, \mathcal{F})$  e

$$\int f d\mu < +\infty$$

então para todo  $\varepsilon > 0$  existe um conjunto  $E \in \mathcal{F}$  tal que  $\mu(E) < +\infty$  e

$$\int f d\mu \leq \int_E f d\mu + \varepsilon.$$

**Exercício 2** (Prova 2007) Se  $f \in L(S, \Omega, \mu)$  e  $\varepsilon > 0$ , então existe uma função simples mensurável  $\varphi$  tal que

$$\int |f - \varphi| d\mu < \varepsilon.$$

**Exercício 3** Mostre que se  $f \in M^+(X, \mathcal{F})$  e se  $\lambda$  está definido em  $\mathcal{F}$  por

$$\lambda(E) = \int_E f d\mu$$

então  $\lambda$  é uma medida<sup>1</sup>.

**Exercício 4** Considere um trabalhador desempregado a procura de emprego de acordo com a seguinte situação: a cada período o trabalhador recebe uma oferta de trabalho com salário  $w$ , onde  $w$  é uma retirada aleatória da distribuição  $F(W) = \Pr\{w \leq W\}$ , com  $F(0) = 0$ ,  $F(B) = 1$  para  $B < \infty$ . O trabalhador tem a opção de rejeitar a oferta, caso em que receberá um seguro desemprego equivalente a  $c$  e esperará até o próximo período, quando receberá uma nova oferta. Nesse mundo não é possível ser demitido nem

---

<sup>1</sup>Dica: use o Teorema da Convergência Monótona

pedir demissão, assim, se o trabalhador aceitar a oferta, deve permanecer no emprego pelo resto de sua vida. Seja  $y_t$  a renda do trabalhador no período  $t$ . Assim,  $y_t = w$  se o trabalhador estiver empregado e  $y_t = c$  caso contrário. O trabalhador desempregado procura maximizar  $E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$ , onde  $\beta \in (0, 1)$  é o fator de desconto. Seja  $v(w)$  o valor esperado de  $E \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$  para um trabalhador que tem a oferta de  $w$  em mãos e está decidindo se aceita ou não esta oferta.

1. Encontre a equação de Bellman do problema do trabalhador.
2. Encontre o salário de reserva do trabalhador.

**Exercício 5** (Prova 2007) Um trabalhador desempregado recebe a cada período  $n$  ofertas para trabalhar, em que  $n$  segue um processo de Markov, com

$$\Pr \{ \text{num. de ofertas no prox. período} = m \mid \text{num. de ofertas neste período} = n \} = \pi_{mn};$$

$m = 1, \dots, N; n = 1, \dots, N$ . E

$$\sum_{m=1}^N \pi_{mn} = 1 \quad \text{para } n = 1, \dots, N.$$

Aqui  $[\pi_{mn}]$  é uma matriz estocástica gerando uma cadeia de Markov. Cada oferta é retirada de uma mesma distribuição  $F(w)$ . Uma vez aceita a oferta, o trabalhador permanece empregado pelos demais períodos. As preferências do trabalhador são representáveis por  $\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t y_t$ , em que  $y_t$  é a renda recebida no período  $t$ .

1. Formule a equação de Bellman para o problema do trabalhador.
2. Obtenha a política ótima em termos do salário de reserva  $\bar{w}(n)$ .
3. Qual a relação entre o valor de  $\bar{w}(n)$  e  $n$ ? Qual a intuição para isto?

**Exercício 6** (Prova 2007) Seja o modelo de Ramsey-Cass-Koopmans em tempo discreto:

$$v(k_0) = \max_{\{c_0, c_1, \dots\}} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(c_t)$$

$$\text{s.a. } k_{t+1} = f(k_t) - c_t$$

$$k_0 \text{ conhecido}$$

em que  $u(\cdot)$  e  $f(\cdot)$  são côncavas e duas vezes diferenciáveis.

1. *Escreva a equação de Bellman. Mostre que ela define uma contração.*
2. *Obtenha as condições de primeira ordem e chegue na equação de Euler. Se você utilizar algum teorema, explicita a validade de suas hipóteses.*
3. *O que você pode concluir sobre o sinal de  $\frac{v'(k_0) - v'(k_1(k_0))}{k_0 - k_1}$  e por quê?*
4. *Prove que existe  $k_\beta$  tal que  $f(k_0) > 1/\beta \Leftrightarrow k_0 < k_\beta$  e diga quais propriedades foram usadas para chegar nessa conclusão.*
5. *O que é turnpike global determinístico? Vale nesta economia?*

**Exercício 7** *Enuncie o teorema de Boldrin-Montrucchio, explique o que é caos e diga porque esse teorema é chamado de teorema da possibilidade de caos.*