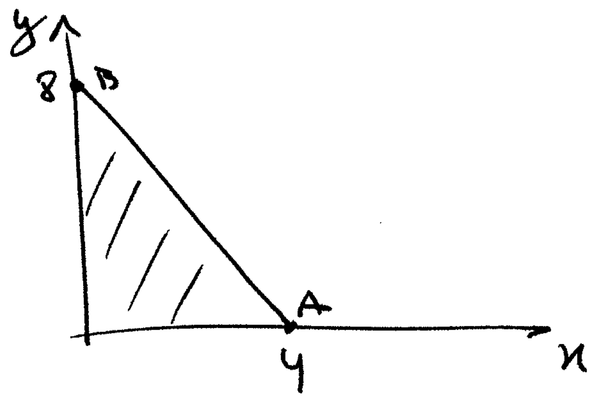
GABARITO LISTA 1

MICRO I

① $10x + 5y \leq 40$



a) $R = \frac{8}{10} \cdot 40 = 32$

b) $10 \cdot 1{,}1 \cdot x + 5y \leq 40$

$$\begin{cases} 10x + 5\min\{5, y\} \leq 40 \\ y \in [0,5] \end{cases}.$$

② Inicialmente: $p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq R$

Depois: $(p_1 - \varepsilon_1) x_1 + p_2 x_2 \leq R + \varepsilon_2$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2 > 0$.

$\therefore \quad p_1 x_1 + p_2 x_2 \leq R + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 x_1$ //

Sim.

③ a) $\succsim$ é COMPLETA se para todo par $x, y \in X$, temos que $x \succsim y$ ou $y \succsim x$ ou ambos.

b) $\succsim$ é TRANSITIVA se para todo $x, y, z \in X$, se $x \succsim y$ e $y \succsim z$, então $x \succsim z$.

c) $\succsim$ é LOCALMENTE NÃO SACIÁVEL se para todo $x \in X$ e $\varepsilon > 0$, existir $y \in X$ tal que $|x - y| < \varepsilon$ e $y \succ x$.

d) Para todo $x, y \in X$, $x \sim y$ e ~~[illegible]~~ $\alpha \in (0,1)$, temos que

$$(\alpha x_1 + (1-\alpha) y_1 ; \alpha x_2 + (1-\alpha) y_2) \succ x \sim y.$$

e) É o conjunto das cestas que ~~...~~ são indiferentes para o consumidor, i.e.,

$$CI(x \in X) = \{ y \in X : y \sim x \}.$$

(4) a) $x \succ y \iff x \succsim y$ e não $y \succsim x$

$x \sim y \iff x \succsim y$ e $y \succsim x$

b) $\succsim$ é RACIONAL se é completa e transitiva

i. Por definição de $x \succ x$: $x \succsim x$ e não $x \succsim x$. Absurdo.

ii. $x \sim y \iff x \succsim y$ e $y \succsim x$

$y \sim z \iff y \succsim z$ e $z \succsim y$

$\therefore$ $\left. \begin{array}{l} x \succsim y \succsim z \Rightarrow x \succsim z \\ z \succsim y \succsim x \Rightarrow z \succsim x \end{array} \right\} x \sim z.$

iii. Análogo aos dois itens anteriores.

c) $\succsim$ é MONÓTONA se para todo $x, y \in X$ tais que $x \gg y$, então $x \succ y$.

OBS: x e y são vetores. O sinal "$\gg$" em $x \gg y$ significa:

$$\begin{cases} x_1 > y_1 \\ x_2 > y_2 \\ \vdots \\ x_N > y_N \end{cases}, \text{ em que } \begin{array}{l} x = (x_1, x_2, \ldots, x_N) \\ y = (y_1, y_2, \ldots, y_N) \end{array}.$$

$\succsim$ é MONÓTONA FORTE se para todo $x, y \in X$ tais que $x \geq y$, então $x \succ y$.

OBS2: $x \geq y$ significa que:

$$\begin{cases} x_1 \geq y_1 \\ x_2 \geq y_2 \\ \vdots \\ x_N \geq y_N \end{cases} \text{ e existe } k \in \{1, \ldots, N\} \text{ tal que } x_k > y_k.$$

$\underline{i.}$ ~~[illegible]~~

Todo $x, y \in X$ tal que $x >> y$ também satisfaz $x \succsim y$.

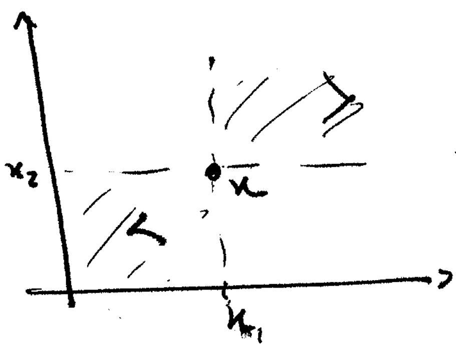
Logo, $\succsim$ também é monotona.

$\underline{ii.}$ Para todo $x \in X$ e $\varepsilon_1 > 0$ faço $y = (x_1+\varepsilon, x_2+\varepsilon, \dots, x_N+\varepsilon)$,

e ~~[illegible]~~ tenho $y >> x$ e $y \succ x$.

em que $\varepsilon = \frac{\varepsilon_1}{\sqrt{N}}$.

$\underline{iii.}$ Prova grafica:

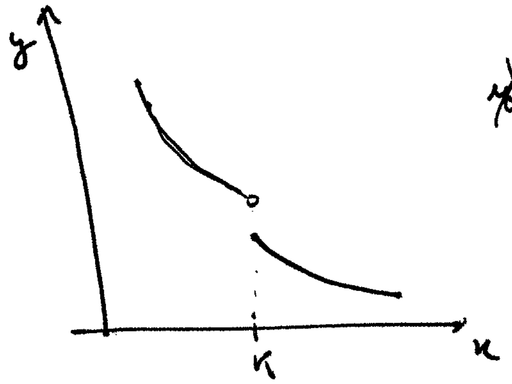


Os dois quadrantes ~~[illegible]~~ em desta que apresentam relação de preferencia estrita em relação à cesta x, logo a curva de indiferença passará obrigatoriamente pelos dois outros quadrantes.

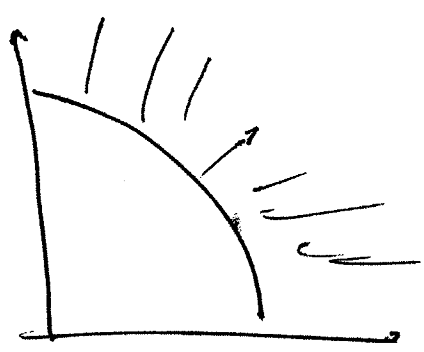
$\underline{iv.}$ se $\succsim$ é monotona, $x >> y$ implica que $x \succ y$.

Logo, $u(x) > u(y)$. ~~[illegible]~~ Como todas as coordenadas de x são maiores que as de y, $u(\cdot)$ é crescente em todos os bens.

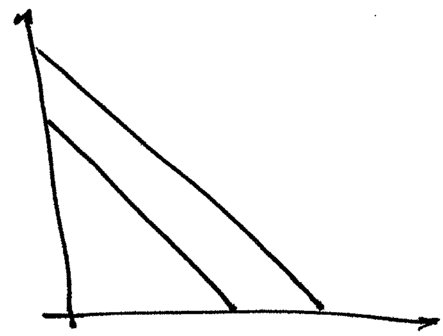
(5) a e b)

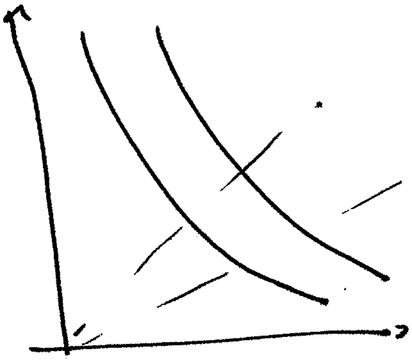


c)



d)



e, f) 

$x \succsim y$

se $x_1^{\alpha} x_1^{1-\alpha} \geq y_1^{\alpha} y_2^{1-\alpha}$

g) 

$x \succsim y$

se $x_1 + x_2^{1/2} > y_1 + y_1^{1/2}$.

(6) Legenda:
1 completa
2 transitiva
3 contínua
4 monotona forte
5 monotona
6 não-saciável
7 estr. convexa
8 convexa
9 homotético
10 quase-linear

a)

i. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10

ii. 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9

iii. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

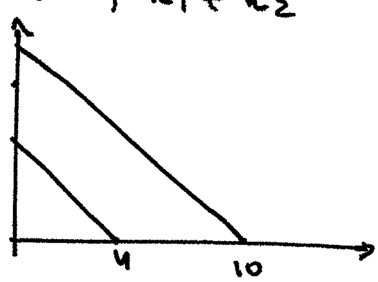
iv. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 10

v. 6

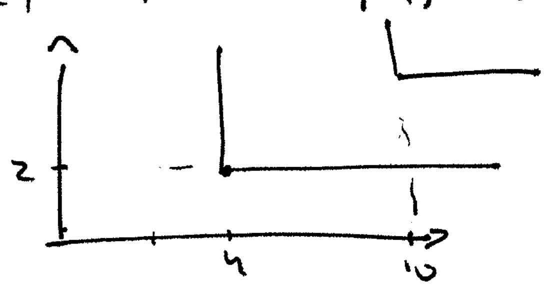
vi. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9.

b e c) $X = \mathbb{R}^2_{++}$

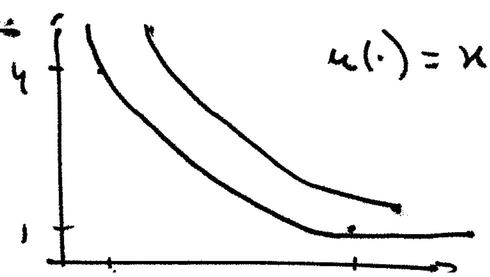
i. $u(\cdot) = x_1 + x_2$



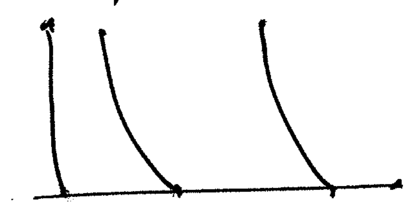
ii) $u(\cdot) = \min\{x_1, 2x_2\}$



iii. $u(\cdot) = x_1 x_2$

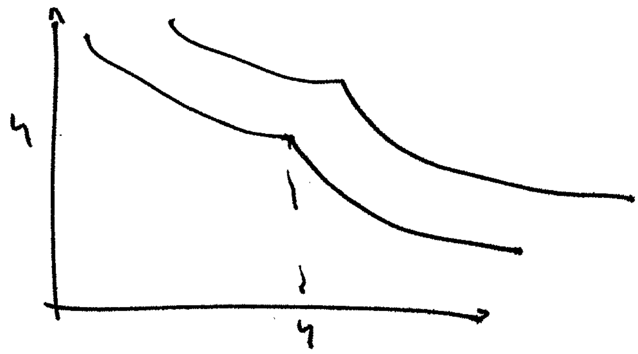


iv) $u(\cdot) = x_1 + \ln x_2$



v) X

vi) $u(\cdot) = \max\{x_1^2 x_2 ; x_1 x_2^2\}$



(7) $f'(\cdot) > 0$

são monotônicas:

i, ii (se $a>0$), iv, v, vi (se $c>0$) e vii.

(8) $u(\cdot)$ representa preferências quase-lineares.

$v(x_1, x_2) = \left(u(x_1, x_2)\right)^2$, logo é uma transformação monotônica de $u(\cdot)$.

(9) $u(\cdot)$ representa $\succsim$ homotéticas.

Repare que: $TMS_u = \dfrac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \dfrac{\cancel{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{x_2}{x_1}}}{\cancel{\frac{1}{2}}\sqrt{\frac{x_1}{x_2}}} = \sqrt{\dfrac{x_2}{x_1}} \cdot \sqrt{\dfrac{x_2}{x_1}} = \dfrac{x_2}{x_1}$

$TMS_{v_1} = \dfrac{2 x_1 x_2}{x_1^2} = 2\dfrac{x_2}{x_1}$, logo v_1 não é transformação monotônica de $u(\cdot)$.

Já $v_2(\cdot) = x_1^2 x_2^2$ é transformação de $u(\cdot)$, pois

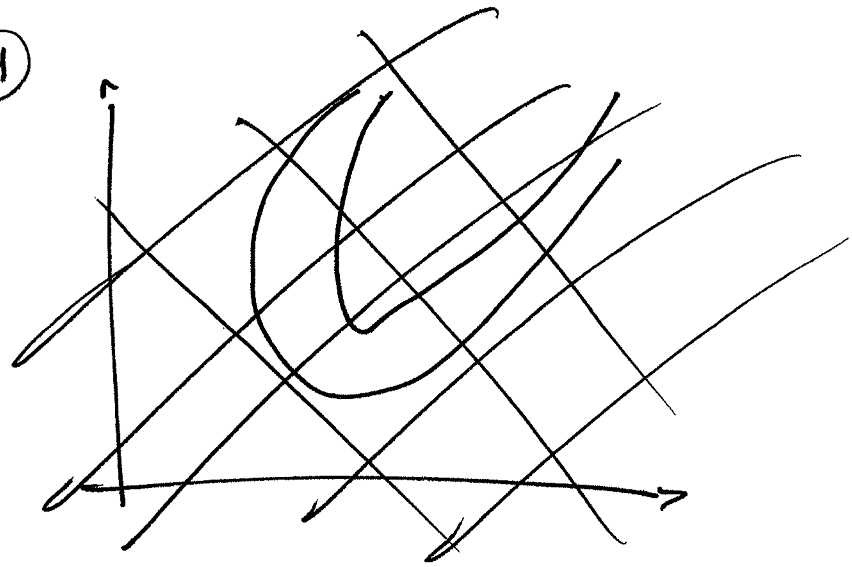
$v_2(\cdot) = (x_1 x_2)^2 = \left(\sqrt{x_1 x_2}\right)^\lambda \Rightarrow \lambda = 4$. Como $u(\cdot)$ é positivo

Temos o resultado.

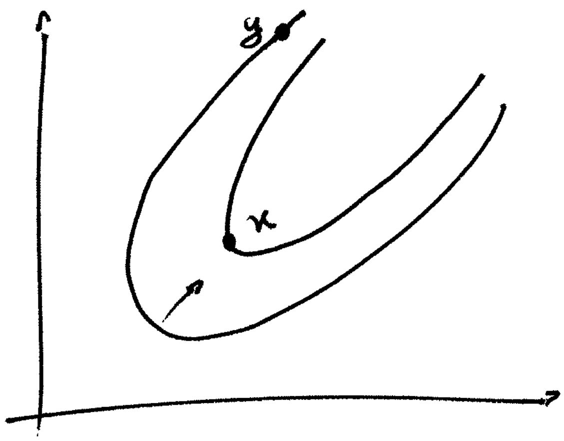
(10) Não, pois $\nexists\, x = (0,0) \succ y, \ \forall y \in X$.

Também não, se estes fosse os únicos bens da economia os consumidores escolheriam $x = (0,0)$ e não gastariam sua renda.

(11)



$y \gg x$, porém $x \succ y$.



(12)

$$TMS_u = \frac{\frac{\partial u}{\partial x_1}}{\frac{\partial u}{\partial x_2}} = \frac{a\, x_1^{a-1}\, \cancel{x_2^{b}}}{b\, \cancel{x_1^{a}}\, x_2^{b-1}} = \frac{a}{b}\,\frac{x_2}{x_1}$$

$$TMS_v = \frac{a\frac{1}{x_1}}{b\frac{1}{x_2}} = \frac{a}{b}\,\frac{x_2}{x_1}$$

Logo, $u(\cdot)$ e $v(\cdot)$ representam as mesmas preferências.