Microeconomia I - 1^o lista de exercícios

Prof.: Mauricio Canêdo Pinheiro
IBRE/FGV

Monitor: Marcus Studart
EPGE/FGV

03 de Março de 2008

1. Bola 7 adora farinha com carne seca. O preço da carne seca (x) é R$10,00, o preço da farinnha (y) é R$5,00, e sua renda é R$40,00. Mostre a restrição orçamentária do Bola 7 em um gráfico onde carne seca se localiza no eixo horizontal e farinha se localiza no eixo vertical. Marque o ponto onde a restrição orçamentária intercepta o eixo horizontal como sendo A e o ponto onde a restrição orçamentária intercepta o eixo vertical como sendo B. Estes pontos representam, respectivamente, os números máximos de carne seca e farinha que Bola 7 poderá consumir, dada a sua renda e os preços dos bens.

a) Agora suponha que o governo cobra do Bola 7 20% de imposto de renda, como ficaria sua restrição?
b) Agora suponha que a carne seca é taxada em 10% (imposto sobre quantidade), como ficaria sua restrição? E se houvesse racionamento de farinha onde cada agente pode comprar no máximo 5 unidades?

2. Se, ao mesmo tempo, a renda de um consumidor aumentar e um dos preços diminuir, estará ele necessariamente tão próspero quanto antes?

3. Enuncie/Defina/Explique rigorosamente cada um dos conceitos abaixo:

a) Axioma (Premissa) da Completeza;
b) Axioma (Premissa) da Transitividade;
c) Hipótese de Não-Saciedade;
d) Hipótese de Preferência pela Diversificação;
e) Curva de Indiferença.

4. A relação de preferência é representada por uma relação binária[1] $\succeq$ definida sobre o conjunto de alternativas X, permitindo comparações de pares de alternativas tal que se $x, y \in X$ e se $x \succeq y$ (i.e., $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \succeq$) então dizemos que x é preferível à y ("pelo menos tão boa quanto").

[1] Uma relação binária definida em um conjunto X é uma regra que define subconjuntos específicos de $X \times X$.

a) Defina, a partir de $\succeq$ outras duas relações sobre X: a relação de *preferência estrita*, $\succ$ e a relação de *indiferença*, $\sim$.

b) Defina, precisamente, $\succeq$ **racional** e prove a seguinte proposição:

Proposição 1 *Se $\succeq$ é* ***racional*** *então:*

i) $\succ$ é tanto ***irreflexiva*** *(pois não vale $\mathbf{x} \succ \mathbf{x}$) e* ***transitiva*** *(se $\mathbf{x} \succ \mathbf{y}$ e $\mathbf{y} \succ \mathbf{z}$, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{z}$);*

ii) $\sim$ é ***reflexiva*** *(pois $\mathbf{x} \sim \mathbf{x}$ para todo $\mathbf{x}$),* ***transitiva*** *(se $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$ e $\mathbf{y} \sim \mathbf{z}$, então $\mathbf{x} \sim \mathbf{z}$), e* ***simétrica*** *(se $\mathbf{x} \sim \mathbf{y}$ então $\mathbf{y} \sim \mathbf{x}$);*

iii) se $\mathbf{x} \succ \mathbf{y} \succeq \mathbf{z}$, então $\mathbf{x} \succ \mathbf{z}$.

c) Defina, precisamente, **monotonicidade** e **monotonicidade forte** e prove a seguinte proposição:

Proposição 2 *Seja uma relação de preferências $\succeq$ sobre X.*

i) Se $\succeq$ é fortemente monótona, então também é monótona;

ii) Se $\succeq$ é monótona, então também é localmente não saciável.

iii) Se $\succeq$ é fortemente monótona, então a curva de indiferença é negativamente inclinada.

iv) Se $\succeq$ é monótona, então a função utilidade é crescente.

5. Para cada um dos ítens, dê exemplo de pelo menos uma relação de preferências sobre 2 bens (considere o conjunto de alternativas como sendo $X \subseteq \Re^2_+$), que satisfaça ao menos as seguintes hipóteses:

a) $\succeq$ são racionais mas não são contínuas;

b) $\succeq$ são racionais, não são contínuas mas possuem uma representação através de uma função de utilidade[2];

c) $\succeq$ são racionais, contínuas, localmente não saciáveis e não são convexas;

d) $\succeq$ são racionais, contínuas, localmente não saciáveis, convexas (mas não estritamente convexas) e homotéticas;

e) $\succeq$ são racionais, contínuas, localmente não saciáveis, estritamente convexas e homotéticas;

f) $\succeq$ são racionais, contínuas, localmente não saciáveis, estritamente convexas e não são quase-lineares;

g) $\succeq$ são racionais, contínuas, localmente não saciáveis, estritamente convexas e quase-lineares em somente um dos bens.

6. Considere o conjunto de alternativas como sendo $X \subseteq \Re^2_+$. Sejam $x, y \in X = \Re^2_{++}$. Para cada uma das relações de preferências abaixo:

[2] Lembre-se que a racionalidade das preferências é uma condição necessária para que elas possam ser representadas através de uma função de utilidade.

i) $x \succeq y \Leftrightarrow x_1 + x_2 \geq y_1 + y_2$
ii) $x \succeq y \Leftrightarrow \min\{x_1, 2x_2\} \geq \min\{y_1, 2y_2\}$
iii) $x \succeq y \Leftrightarrow x_1 x_2 \geq y_1 y_2$
iv) $x \succeq y \Leftrightarrow x_1 + \ln x_2 \geq y_1 + \ln y_2$
v) $x \succeq y \Leftrightarrow x_1 > x_2$ ou $x_1 = y_1$ e $x_2 \geq y_2$
vi) $x \succeq y \Leftrightarrow \max\{x_1^2 x_2; x_1 x_2^2\} \geq \max\{y_1^2 y_2; y_1 y_2^2\}$

Responda:

a) Quais propriedades que são satisfeitas pelas preferências (i.e., se são: completas, transitivas, contínuas, monótonas, fortemente monótonas, localmente não saciáveis, estritamente convexas, convexas, homotéticas e quase-lineares)? Justifique brevemente a sua resposta.
b) Se a relação de preferências sobre um conjunto de escolha for racional (i.e., completa e transitiva) e contínua então ela pode ser representada por funções de utilidade. Represente, para cada uma das preferências que são racionais e contínuas [de acordo com a sua resposta no ítem (a)] através de uma função de utilidade. (Nota: lembre-se que transformações monotônicas crescentes de funções de utilidade representam as mesmas preferências).
c) Desenhe, para cada uma das preferências representadas através de uma função utilidade no item anterior, as curvas de indiferença tomando como níveis de utilidade os valores 4 e 10.

7. Qual das seguintes transformações é monotônica?

i) $u = 2v - 13$;
ii) $u = -\frac{1}{v^2}$;
iii) $u = \frac{1}{v^2}$;
iv) $u = \ln v$;
v) $u = -e^{-v}$;
vi) $u = c^2$;
vii) $u = v^2$ para $v > 0$;
viii) $u = v^2$ para $v < 0$;

8. Que tipo de preferências a função utilidade com a forma $u(x_1, x_2) = x_1 + \sqrt{x_2}$ representa? A função de utilidade $v(x_1, x_2) = x_1^2 + 2x_1\sqrt{x_2} + x_2$ é uma transformação monotônica de $u(x_1, x_2)$?

9. Considere a função utilidade $u(x_1, x_2) = \sqrt{x_1 x_2}$ Que tipo de preferências ela representa? A função $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2$ é uma transformação monotônica de $u(x_1, x_2)$? A função $v(x_1, x_2) = x_1^2 x_2^2$ é uma transformação monotônica de $u(x_1, x_2)$?

10. Considere que as preferências são definidas no $\mathbb{R}_+^2$ por $(x_1, x_2) \succ (y_1, y_2)$ se e somente se $x_1 + x_2 < y_1 + y_2$. Estas preferências apresentam não-saciedade

local? Caso estes dois bens fossem os dois únicos bens de consumo e os preços fossem positivos, o consumidor gastaria toda sua renda? Explique.

11. Desenhe uma relação de preferências convexa que seja localmente não-saciável porém não monótona.

12. Considere um consumidor que tenha função utilidade $u(x_1, x_2) = x_1^a x_2^b$, em que $a, b \in \mathbb{R}$. Encontre a taxa marginal de substituição deste consumidor. Agora considere um outro consumidor que tenha função de utilidade $v(x_1, x_2) = a \ln x_1 + b \ln x_2$, em que $a, b \in \mathbb{R}$. Encontre a taxa marginal de substituição deste consumidor. O que as TMS dos consumidores nos dizem sobre suas preferências?