LISTA 5

1)

a)

CRIME: $\mathbb{E}[U] = (1-\pi)u(w+y) + \pi u(w+y-p)$

RESPEITA AS LEIS: $\mathbb{E}[U] = (1-\pi)u(w) + \pi u(w) = u(w)$

b) $u(x) = x^{\alpha}$

AVESSO AO RISCO:

prefere o valor esperado da loteria a loteria

$$(1-\pi)u(w+y) + (\pi)u(w+y-p) < (1-\pi)u(w+y+(\pi)(-p))$$

isto ocorre se $u(\cdot)$ é côncava. $u: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$

logo $u''(x) < 0$

$$u'(x) = \alpha x^{\alpha-1}$$

$$u''(x) = \alpha(\alpha-1)x^{\alpha-2} < 0$$

$$\Updownarrow$$

$$\alpha(\alpha-1) < 0$$

$$\alpha > 0 \text{ e } \alpha - 1 < 0 \implies 0 < \alpha < 1$$

PROPENSO

prefere a loteria ao valor esperado

$$\mathbb{E}(u(x)) > u(\mathbb{E}(x))$$

$$\Downarrow$$

$u: \mathbb{R}_+ \to \mathbb{R}$ é convexa

logo $\alpha > 1$

NEUTRO

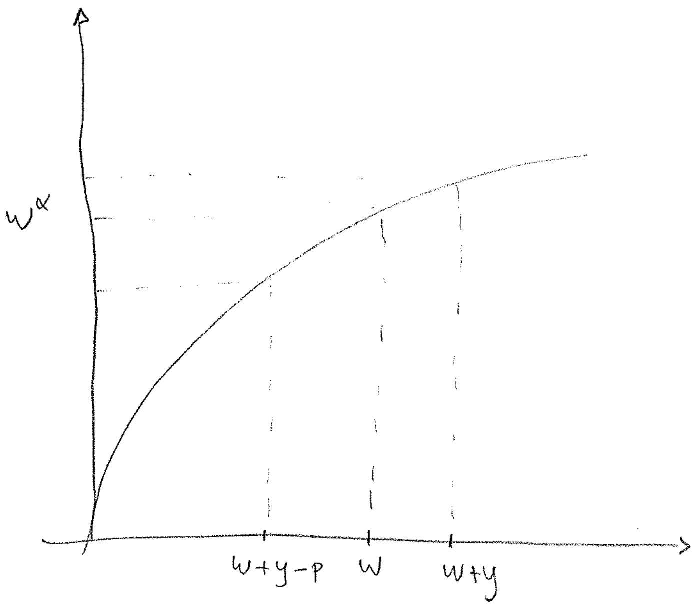
$\alpha = 1$

$$\mathbb{E}(u(x)) = u(\mathbb{E}(x))$$

1 c) $\quad 1 > \alpha > 0$

$$\pi\, u(w+y-p) + (1-\pi)\, u(w+y) < u(w)$$

$$\pi\,(w+y-p)^{\alpha} + (1-\pi)\,(w+y)^{\alpha} < w^{\alpha}$$



OBS 1: $w+y-p < w \Rightarrow \boxed{p > y}$

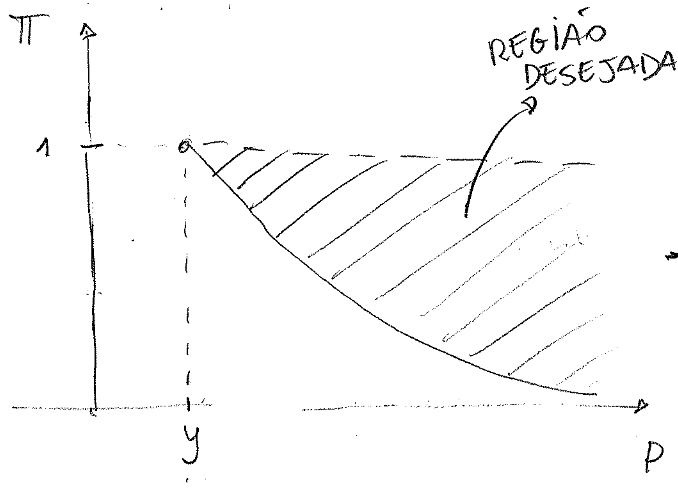
caso contrário $p \leq y$ implica

$$(w+y-p)^{\alpha} \geq w^{\alpha}$$

$$(w+y)^{\alpha} \geq w^{\alpha}$$

$$\pi\,(w+y-p)^{\alpha} + (1-\pi)(w+y)^{\alpha} \geq w^{\alpha}$$
para todo $\pi \in (0,1]$ //

então $p > y$



$$\pi(w+y-p)^{\alpha} + (1-\pi)(w+y)^{\alpha} - w^{\alpha} < 0$$

$$\pi(w+y-p)^{\alpha} + (w+y)^{\alpha} - w^{\alpha} - \pi(w+y)^{\alpha} < 0$$

$$\pi\left[(w+y-p)^{\alpha} - (y+w)^{\alpha}\right] < -(w+y)^{\alpha} + w^{\alpha}$$

$$-\pi\left[(y+w)^{\alpha} - (y+w-p)^{\alpha}\right] < -(w+y)^{\alpha} + w^{\alpha}$$

$$-\pi < \frac{-(w+y)^{\alpha} + w^{\alpha}}{\left[(y+w)^{\alpha} - (y+w-p)^{\alpha}\right]}$$

$$\boxed{\pi > \frac{(w+y)^{\alpha} - w^{\alpha}}{\left[(y+w)^{\alpha} - (y+w-p)^{\alpha}\right]}}$$

$p > y$

π ALTO (próximo de 1) é necessário caso p é próximo de y

$$\frac{\partial \pi}{\partial p} < 0$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial p^2} < 0$$

d)

Se o indivíduo é avesso ao risco

penas muito altas quando π é pequeno bastam

ou

π alto quando as penas (P) são pequenas..

Considerando que o custo de aumentar π

é alto (pois contratar mais policiais exige pagar mais salários), parece uma boa medida aumentar as penas.

e)

DIMINUI.

TROQUEI AS PROBABILIDADES
$p(r_A) = \pi$
$p(r_B) = 1-\pi$

2)

a) AVESSO. $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \to \ln(x)$ é côncava

b) $\mathbb{E}[U] = \pi \ln\left(x(1+r_A) + w - x\right) + (1-\pi)\ln\left(x(1+r_B) + w - x\right)$

c) $$\max_{x} \; \pi \ln(x r_A + w) + (1-\pi)\ln(x r_B + w)$$

s.a $0 \leq x \leq w$

$x r_A + w \geq 0$ ou $x(1+r_A) \geq -[w-x]$

$x r_B + w > 0$ $\quad x(1+r_B) \geq -[w-x]$

CPO: $$\left[\frac{\pi r_A}{w + r_A x} + \frac{(1-\pi) r_B}{w + r_B x}\right] = 0$$

d) Se $r_A > 0$ e $r_B > 0$ $\quad x = w$

para que $x \in [0,1)$ $\quad r_B < 0$

$\mathbb{E}[r] = \pi r_A + (1-\pi) r_B$

$$\frac{\pi r_A}{w + r_A x} = -\frac{(1-\pi) r_B}{w + r_B x}$$

$\pi r_A (w + r_B) x = -(1-\pi) r_B (w + r_A x$

$\pi r_A w + (1-\pi) r_B w + \pi r_A r_B x = -(1-\pi) r_B w - (1-\pi) r_A r_B x$

$w\left(\pi r_A + (1-\pi) r_B\right) = -r_A r_B x$

$$\boxed{x = \frac{w\left(\pi r_A + (1-\pi) r_B\right)}{-r_A r_B}}$$

solução

se $0 \leq \dfrac{w(\pi r_A + (1-\pi) r_B)}{-r_A r_B} \leq w$

$$x^* = \frac{w\left(\pi r_A + (1-\pi) r_B\right)}{-r_A r_B}$$

logo se $\mathbb{E}[r] < 0$

$$x^* = \frac{w\left[\overset{\ominus}{\mathbb{E}[r]}\right]}{\underbrace{-\underbrace{\underset{\oplus}{r_A}\;\underset{\ominus}{r_B}}_{\ominus}}_{\oplus}} < 0$$

logo a solução não é interior (não atende as restrições de desigualdade)

portanto ou $x^* = w$

$x^* = 0$

mas investir tudo na loteria não faz sentido caso $\mathbb{E}[r] < -1$

pois

$$\pi \ln\left(w(1+r_A)\right) + (1-\pi)\ln\left(w(1+r_B)\right)$$

$$< \ln\left(w + \pi(1+r_A) + (1-\pi)(1+r_B)\right)$$

$$= \ln\left(w + 1 + \mathbb{E}(r)\right) < \ln(w)$$

logo estaria melhor caso não investisse.

e)

$$x^* = \frac{w\left(\frac{2}{3}\cdot 0{,}4 - \frac{1}{3}\cdot 0{,}4\right)}{-(0{,}4)(-0{,}4)} = \frac{w\,\frac{1}{3}\cdot \cancel{0{,}4}}{0{,}4\cdot \cancel{0{,}4}} = w\cdot\frac{1}{3}\cdot\frac{10}{4} = \frac{10}{12}$$

$$\frac{x^*}{w} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

3)

1) $\max_x \; \pi \ln\left[w + 20000 - 20000 - px + 1\cdot x\right] + (1-\pi)\ln\left[w + 20000 - px\right]$

$$\pi \frac{1}{w+(1-p)x}(1-p) + (1-\pi)\frac{(-p)}{w+20000-px} = 0$$

$$\frac{\pi\, 0{,}75}{w+0{,}75x} + (1-\pi)\frac{(-0{,}25)}{w+20000-0{,}25x} = 0$$

$$\pi\, 0{,}75\left[w+20000-0{,}25x\right] = (1-\pi)\,0{,}25\,(w+0{,}75x)$$

$$\pi\, 0{,}75(w+20000) - \pi\, 0{,}75\cdot 0{,}25x = (1-\pi)(0{,}25)w + (1+\pi)\,0{,}75\cdot 0{,}25\cdot x$$

$$\pi\, 0{,}75(w+20000) - (1-\pi)\,0{,}25w = 0{,}75\cdot 0{,}25x$$

$w=0$

$$\pi\,\cancel{0{,}75}\cdot 20000 = \cancel{0{,}75}\cdot 0{,}25x$$

$$x = \frac{\pi\, 20000}{0{,}25} = \pi\cdot\frac{20000}{1/4} = \frac{1}{4}\cdot\frac{20000}{1/4} = 20000$$

b)

$$\frac{\pi(1-p)}{\cancel{10} + (1-p)x} = \frac{(1-\pi)p}{\cancel{10} + 20000 - px}$$

$$\pi(1-p)\left[20000 - px\right] = (1-\pi)p(1-p)x$$

$$\pi(1-p)[20000] - \pi(1-p)px = (1-\pi)p(1-p)x$$

$$\pi(1-p)20000 = p(1-p)x$$

$$x = \frac{\pi(1-p)}{p(1-p)} \cdot 20000$$

$$x = \frac{1/4\ \cancel{(0,6)}}{0,4\ \cancel{(0,6)}} \cdot 20000 = \frac{1}{4}\,\frac{10}{4} \cdot 20000$$

$$x = \frac{10}{16} \cdot 20000 < 20000$$

UTILIDADE COM SEGURO TOTAL

$$\pi \ln(w + 20000 - P_T) + (1-\pi)\ln(w + 20000 - P_T) =$$

$$= \ln(20000 - P_T + w)$$

UTILIDADE SEM SEGURO

$$\pi \ln(w) + (1-\pi)\ln(w + 20000)$$

$w \to 0$ (se $w=0$ sempre quer seguro)

ele faz seguro se $\ln(20000 - P_T + w) > \pi \ln(w) + (1-\pi)\ln(w+20000)$

Se o mercado é competitivo o lucro esperado da seguradora é zero.

$$P_T - \pi\, 20000 = 0$$

$$\boxed{P_T = \pi\, 20000}$$

Se for monopólio, a seguradora vai extrair o máximo de bem estar do indivíduo

$$\ln(20000 - P_T + w) \cong \pi \ln(w) + (1-\pi)\ln(w+20000)$$

$$20000 - P_T + w \cong e^{\pi \ln(w) + (1-\pi)\ln(w+20000)}$$

$$\boxed{20000 + w - e^{\pi \ln(w) + (1-\pi)\ln(w+20000)} \cong P_T}$$

se cobrar um preço um pouco abaixo
de P_T o indivíduo vai querer comprar
seguro.

4)

a) $\mathbb{E}[U] = 100 \cdot \frac{1}{10} + 25 \cdot \frac{6}{10} + 0 = 10 + 15 = 25$

b) $P < 25$