Gabarito - A1

(1)

$$\max_{x_1, x_2} \; x_1 x_2$$

s.a. $w - p_1 x_1 - p_2 x_2 \geq 0$

$x_1 \geq 0$

$x_2 \geq 0$

Problema de Maximização de Utilidade (a)

$$L = x_1 x_2 + \lambda (w - p_1 x_1 - p_2 x_2) + \phi_1 x_1 + \phi_2 x_2$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_1} = x_2 - \lambda p_1 + \phi_1 = 0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial L}{\partial x_2} = x_1 - \lambda p_2 + \phi_2 = 0 \qquad (2)$$

$$\lambda \frac{\partial L}{\partial \lambda} = \lambda (w - p_1 x_1 - p_2 x_2) = 0 \quad \lambda \geq 0 \qquad (3)$$

$$\phi_1 \frac{\partial L}{\partial \phi_1} = \phi_1 x_1 = 0 \quad \phi_1 \geq 0 \qquad (4)$$

$$\phi_2 \frac{\partial L}{\partial \phi_2} = \phi_2 x_2 = 0 \quad \phi_2 \geq 0 \qquad (5)$$

Como $u(x_1, x_2)$ é localmente - não saciável então $\lambda > 0$, ou seja, (3) pode ser escrita como: (b)

$$p_1 x_1 + p_2 x_2 = w \qquad (3')$$

Além disso, note-se que: $TMS = -\frac{x_2}{x_1}$

Então $\lim_{x_1 \to \infty} TMS = 0 \quad \lim_{x_1 \to 0} TMS = \infty$. (c)

Logo $\phi_1 = \phi_2 = 0$, ou seja, (4) e (5) podem ser ignorados.

De (1) e (2): $\frac{x_2}{p_1} = \frac{x_1}{p_2}$ $\therefore$ $\underbrace{-\frac{x_2}{x_1}}_{\text{TMS}} = \underbrace{-\frac{p_1}{p_2}}_{\text{razão de preços}}$ (d)

De (3'): $2p_1x_1 = w$

$$x_1 = \frac{w}{2p_1}, \text{ Então } x_2 = \frac{w}{2p_2} \quad \text{(e)}$$

$$v(p_1,p_2,w) = \frac{w}{2p_1} \cdot \frac{w}{2p_2} = \frac{w^2}{4p_1p_2} \quad \text{(f)}$$

(2) $\min\limits_{x_1,x_2} \; p_1x_1 + p_2x_2$

s.a. $x_1x_2 \geq u$ [vale com igualdade, por NSL]

PMD (a)

$$L' = -p_1x_1 - p_2x_2 + \gamma(x_1x_2 - u)$$

$$\frac{\partial L'}{\partial x_1} = -p_1 + \gamma x_2 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial L'}{\partial x_2} = -p_2 + \gamma x_1 = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial L'}{\partial \gamma} = x_1x_2 - u = 0 \quad (3)$$

De (1) e (2): $\frac{p_1}{x_2} = \frac{p_2}{x_1}$ $\therefore$ $\frac{x_2}{x_1} = \frac{p_1}{p_2}$ (b)

Mesma condição do PMU

De (3): $x_1 x_1 \frac{p_1}{p_2} - u = 0$

$$x_1^2 = \frac{u p_2}{p_1} \quad \therefore \quad h_1(p_1,p_2,u) = \sqrt{\frac{u p_2}{p_1}} \quad \text{(c)}$$

$$h_2(p_1,p_2,w) = \frac{p_1}{p_2}\cdot\sqrt{\frac{u p_2}{p_1}} = \sqrt{\frac{u p_1}{p_2}}$$

$$e(p_1,p_2,u) = p_1\sqrt{\frac{u p_2}{p_1}} + p_2\sqrt{\frac{u p_1}{p_2}} = 2\sqrt{u p_1 p_2} \quad (d)$$

(3) $p_1 = p_2 = 2$ $\qquad x_1 = \frac{20}{2.2} = 5$

$w = 20$

$$x_2 = \frac{20}{2.2} = 5 \qquad (a)$$

$$v(5,5,20) = \frac{20^2}{4.2.2} = \frac{400}{16} = 25$$

$$h_1(2,2,25) = \sqrt{25\,\frac{2}{2}} = 5$$

$$h_2(2,2,25) = 5 \qquad (b)$$

$$e(2,2,25) = 2\cdot\sqrt{25\cdot 2\cdot 2} = 20$$

Obviamente não se trata de coincidência, este resultado é implicação da dualidade entre os dois problemas. (c)

$$h[p, v(p,w)] = x(p,w)$$

$$x[p, e(p,u)] = h(p,u)$$

$$e[p, v(p,w)] = w$$

$$v[p, e(p,u)] = u$$

(4) $p_1' = 2 + 2 = 4$ $\qquad x_1' = \frac{20}{2.4} = \frac{5}{2}$ $\qquad$ (a)

$p_2 = 2$

$w = 20$ $\qquad x_2 = 5$ $\qquad v(p_1', p_2, w) = \frac{400}{4 \cdot 4 \cdot 2} = \frac{25}{2}$

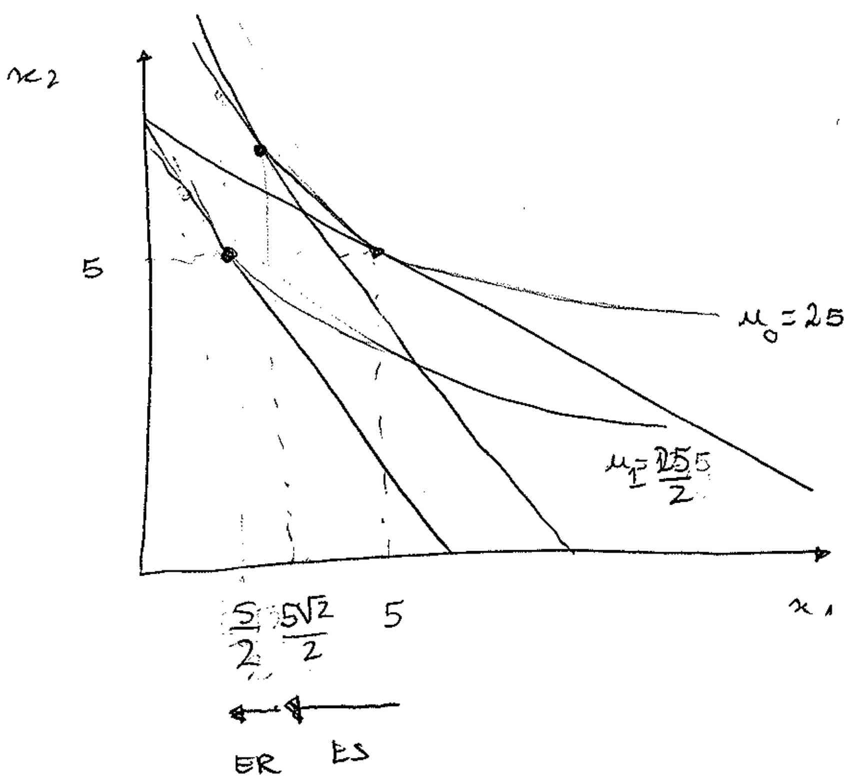
$ES = h_1(p_1', p_2, 25) - x_1(p_1, p_2, 20)$

$ES = \sqrt{25 \cdot \frac{2}{4}} - 5 = \frac{5\sqrt{2}}{2} - 5 = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) < 0$

$ER = x_1(p_1', p_2, 20) - h_1(p_1', p_2, 25)$ $\qquad$ (b)

$ER = \frac{5}{2} - \frac{5\sqrt{2}}{2} = \frac{5}{2}(1 - \sqrt{2}) < 0$

$ET = ES + ER = 5\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - 1\right) + \frac{5}{2}(1 - \sqrt{2}) = -5 + \frac{5}{2} = -\frac{5}{2}$



O efeito renda atua no mesmo sentido do efeito substituição, como era de se esperar pois $\frac{\partial x_1}{\partial w} = \frac{1}{2p_1} > 0$.

$$EV = e(p_1, p_2, u_1) - e(p_1, p_2, u_0)$$

$$EV = 2\sqrt{u_1 p_1 p_2} - w$$

$$EV = 2 \cdot \sqrt{\frac{25}{2} \cdot 2 \cdot 2} - 20 \qquad \text{(c)}$$

$$EV = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2} - 20$$

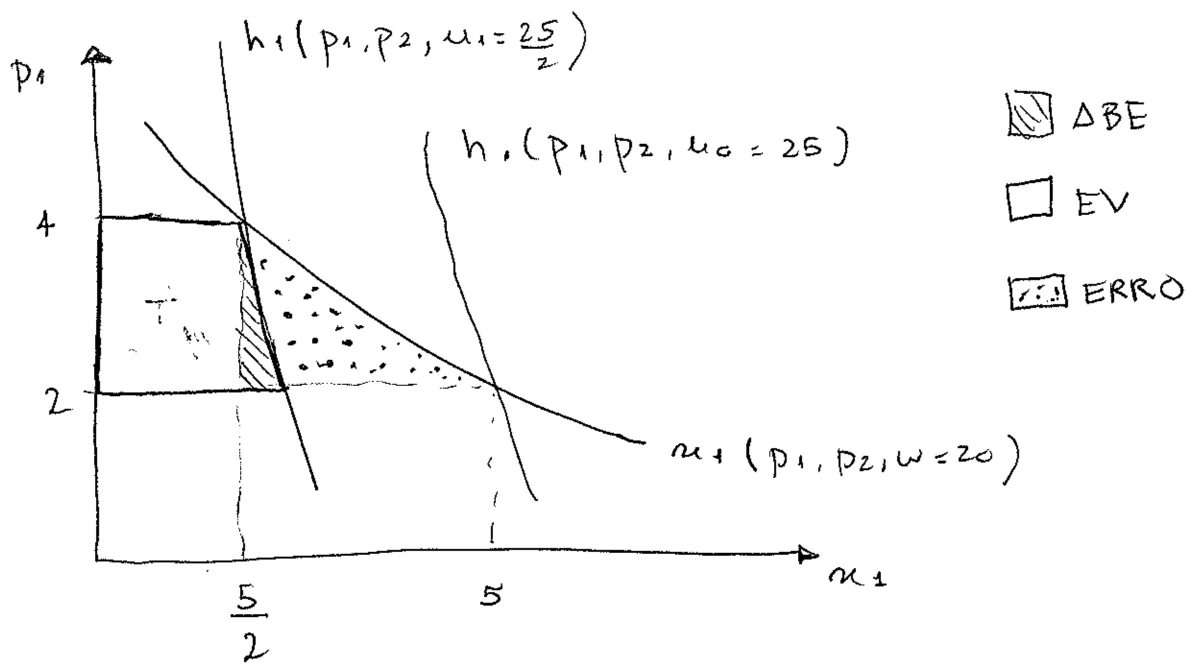
$$EV = 10(\sqrt{2} - 2) \cong -6 < 0$$

O consumidor estaria disposto a pagar R$6,00 para evitar o imposto

$$T = 2 \cdot h_1(p_1', p_2, u_1) = 2 \cdot x_1(p_1', p_2, w)$$

$$T = 2 \cdot x_1' = 2 \cdot \frac{5}{2} = 5$$

$$\Delta BE = EV + T \cong -6 + 5 \cong -1 \qquad \text{(d)}$$



O erro com relação à variação do excedente do consumidor se deve à não consideração do efeito renda. Lembre-se que: $\frac{\partial h}{\partial p} = \frac{\partial x}{\partial p} + \frac{\partial x}{\partial w} x$.