MICROECONOMIA II — 2º SEMESTRE 2019
PROF. MARCELO SANT'ANNA — FGV EPGE
MONITOR: BRUNO OGAVA

LISTA DE EXERCÍCIOS # 6 - JOGOS REPETIDOS E JOGOS DE INFORMAÇÃO INCOMPLETA

---

1. Duas firmas competem a cada período $t = 0, \ldots, T$ à la Cournot em um mercado com demanda inversa

$$p(q) = 10 - q$$

e custo marginal constante igual a 2. Payoffs futuros são descontados pelo fator δ, ou seja, o payoff de um fluxo de lucros $\{\pi_0, \ldots, \pi_T\}$ é

$$\sum_{t=0}^{T} \delta^t \pi_t.$$

Antes de um período começar, todas as ações passadas são observadas por todos os jogadores.

(a) Suponha $T = 1$, ou seja, o jogo é repetido por dois períodos ($t = 0, 1$).

i. O que uma estratégia na forma normal desse jogo deve especificar?
ii. Defina o espaço de estratégias na forma normal para as duas firmas.
iii. Encontre um ENPS para o jogo.

(b) Agora suponha que $T = \infty$, ou seja, o jogo de Cournot se repete por infinitos períodos.

i. Defina uma estratégia de gatilho para esse jogo.
ii. Encontre o menor valor de δ tal que a estratégia de gatilho de reversão permanente ao Equilíbrio de Nash possa sustentar o payoff de monopólio (em que as duas firmas dividem o lucro de monopólio) como ENPS.

2. Considere um duopólio de Cournot operando em um mercado com demanda inversa

$$p(Q) = a - bQ, \text{ em que } Q = q_1 + q_2.$$

As duas firmas tem função custo $c(q) = cq$, porém a demanda é incerta: Ela é alta (a_H) com probabilidade θ e baixa (a_L) com probabilidade $1 - \theta$. Além disso a informação é assimétrica. A firma 1 sabe o estado da demanda, mas a firma 2 não. As duas firmas escolhem suas quantidades simultaneamente.

(a) Quais os espaços de **ações** para as duas firmas?

(b) Quais os espaços de **estratégias** para as duas firmas?

(c) Qual Equilíbrio de Bayes-Nash desse jogo? Faça hipóteses sobre a_H, a_L e θ de forma que todas as quantidades de equilíbrio sejam positivas.

3. Considere o leilão selado de primeiro preço estudado em aula em que os valores são distribuídos de forma independente com densidade uniforme em $[0, 1]$. Agora suponha que tenhamos n participantes. Mostre que o Equilíbrio de Bayes-Nash do jogo tem como estratégias de equilíbrio:

$$b_i^\star(v_i) = \frac{n-1}{n} v_i.$$

4. Considere um jogo simples de sinalização para o mercado de trabalho. Um trabalhador pode ser de 2 tipos: alto (h) ou baixo (ℓ), ambos tipos ocorrem com igual probabilidade. O trabalhador conhece o seu tipo e toma uma decisão de fazer ou não faculdade. A firma não observa o tipo do trabalhador, apenas sua decisão de cursar ou não faculdade. A firma então decide ofertar ou não uma vaga ao trabalhador.

   O payoff dos trabalhadores é dado por:

$$u_{trab} = w - e,$$

   em que e representa o esforço em se educar e w o salário auferido na firma. Tanto e e w dependem das escolhas de trabalhadores e firmas:

$$w = \begin{cases} 1 & \text{se a firma oferece a vaga,} \\ 0 & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$e = \begin{cases} 1 & \text{se faz faculdade e tipo } \ell, \\ 0 & \text{caso contrário,} \end{cases}$$

   ou seja, o trabalhador só tem um custo em se educar se for tipo ℓ. Por sua vez, o lucro da firma é dado por

$$u_{firma} = \begin{cases} 1 & \text{se contrata o tipo } h, \\ -1 & \text{se contrata o tipo } \ell, \\ 0 & \text{se não contrata.} \end{cases}$$

   Note que não há nenhum valor intrínseco na educação nesse modelo. A firma só se importa com o tipo nato do trabalhador.

   (a) Encontre um *Perfect Bayesian Equilibrium* (PBE) separador em que o trabalhador de tipo h escolha fazer faculdade e o de tipo ℓ escolha não fazer faculdade.

   (b) Esse jogo admite algum PBE com *pooling*?