

---

LISTA DE EXERCÍCIOS # 2 - E.G. E MONOPÓLIO

---

1. Tom Hanks possui um peixe hoje. Amanhã existem dois possíveis eventos. No primeiro, que ocorre com probabilidade  $\pi$ , Tom terá 2 peixes e no segundo, que ocorre com probabilidade complementar, um peixe. A função utilidade de Tom é dada por:

$$u(c_0, c_{11}, c_{12}) = \log(c_0) + \pi \log(c_{11}) + (1 - \pi) \log(c_{12}),$$

onde  $c_0$  é o seu consumo hoje,  $c_{11}$  seu consumo amanhã em caso de evento 1, e  $c_{12}$  seu consumo amanhã em caso de evento 2. Não há a possibilidade de armazenamento de peixes e Tom vive sozinho na ilha (Wilson se foi). Então o Sr. Hanks estabelece um mercado financeiro. Neste mercado são transacionados dois ativos. Um paga (1;0), isto é, uma unidade de peixe no evento 1 e 0 no evento 2. O outro paga (0;1). Tom Hanks toma como dados os preços dos ativos e decide o quanto ele compra de cada.

- (a) Encontre os preços e alocação de equilíbrio.  
(b) Qual deve ser o preço do ativo livre de risco?
2. Em uma ilha, um naufrago vive por dois períodos, hoje e amanhã. Só há milho para consumo na ilha. O milho pode ser consumido hoje ou cultivado. Cada grão de milho cultivado hoje gera  $1 + g$  unidades de milho amanhã, com  $g > 0$ .

O naufrago tem preferências pelo consumo hoje ( $x_1$ ) e amanhã ( $x_2$ ) de milho dadas por

$$u(x_1, x_2) = \log(x_1) + \beta \log(x_2),$$

com  $0 < \beta < 1/(1 + g)$ .

Suponha que hoje ele tenha dotação de uma unidade de milho hoje e nada amanhã. Suponha também que o cultivo de milho seja feito por uma firma competitiva.

- (a) Escreva o conjunto de possibilidades de produção. Desenhe o conjunto de possibilidades de consumo em um gráfico tendo milho hoje na abscissa e milho amanhã na ordenada.  
(b) Encontre a alocação e preços de Equilíbrio Walrasiano.  
(c) Agora suponha que sua dotação inicial é de uma unidade de milho hoje e uma unidade amanhã.  
i. Desenhe novamente o conjunto de possibilidades de consumo.

- ii. Verifique que no sistema preços encontrados anteriormente o consumo de milho hoje é maior do que 1 (dica: use as restrições sobre  $g$  e  $\beta$  dadas no problema). Esse consumo pode ser parte de uma alocação factível?
  - iii. Encontre uma alocação e preços de Equilíbrio Walrasiano para essa economia.
3. Um condomínio de 1000 residências planeja a instalação de uma rede própria de internet, ao invés de ter cada residência contratando seu próprio serviço. A demanda inversa de cada residência é

$$p(g) = 100 - 5g,$$

em que  $g$  é a banda em GB. Na empresa consultada pelo síndico a instalação do serviço custaria R\$ 100.000,00 e o preço da banda R\$ 40,00 por GB contratado.<sup>1</sup>

O síndico precisa escolher qual velocidade contratar para o condomínio e quanto cobrar de cada residência.

- (a) Nesse item, vamos calcular o nível eficiente de  $g$ .
  - i. Escreva a função  $S(g)$  que retorna o bem-estar agregado das 1000 residências dada uma velocidade  $g$  escolhida pelo síndico.<sup>2</sup>
  - ii. Escreva a função  $C(g)$  que retorna o custo para o condomínio do estabelecimento de um serviço com velocidade de  $g$  para cada residência.
  - iii. Qual a velocidade  $g$  eficiente, ou seja, que maximiza o bem-estar agregado  $S(g) - C(g)$ ?
- (b) Suponha que o síndico cobre uma tarifa por velocidade contratada apenas e deixe os moradores escolherem livremente a velocidade desejada.
  - i. Qual tarifa implementa a escolha ótima de  $g$  encontrada acima? A essa tarifa o condomínio tem lucro?
  - ii. Qual tarifa por velocidade maximiza o lucro do condomínio? A esse preço o condomínio tem lucro?
- (c) Suponha agora que o síndico pode cobrar uma tarifa em duas partes das residências. Uma parte fixa, independente da velocidade contratada, e uma parte variável linear na velocidade:  $T(g) = f + pg$ .
  - i. Qual tarifa em duas partes  $(f, g)$  que maximiza o lucro do condomínio?
  - ii. Como a velocidade encontrada se compara com as quantidades encontradas em (a)? Explique a intuição desse resultado.
  - iii. Como se compara o lucro do condomínio? Explique a intuição desse resultado.
  - iv. Qual tarifa em duas partes maximiza o bem-estar das residências, sujeito a que o condomínio opere sem prejuízo?

---

<sup>1</sup>O síndico precisa garantir que todas as residências possam sempre usar a banda prometida. Ou seja, se a cada residência é prometido  $g$  GB, o síndico precisa contratar para o condomínio  $1000 \times g$  GB.

<sup>2</sup>Observe que essa função irá ignorar por enquanto o preço que os moradores eventualmente precisarão pagar pelo serviço.